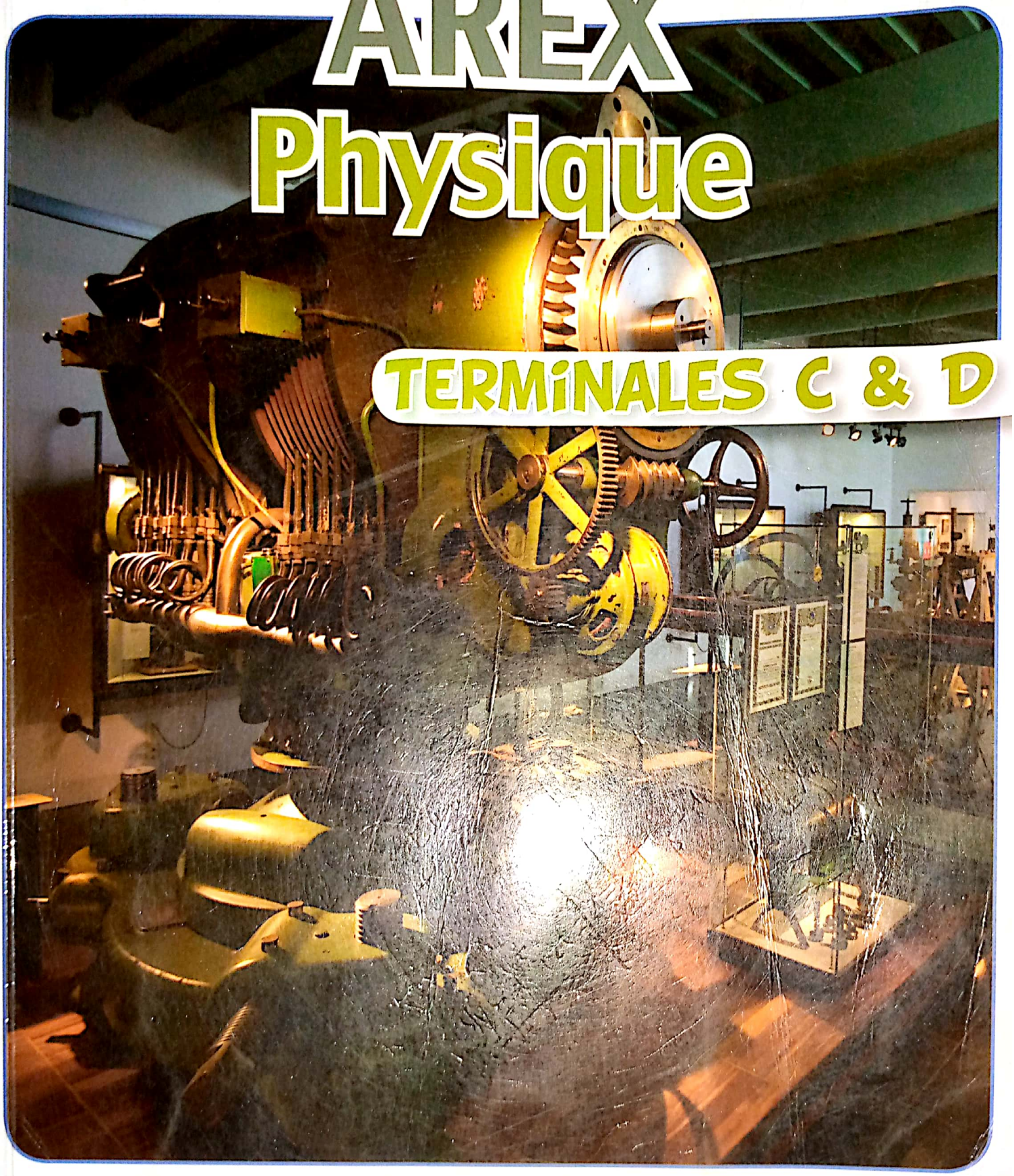
Fomesoutra.com
ça soutra!

AREX Physique



TERMINALES C & D

Les Classiques africains

N° 933

Scanné avec CamScanner

Kouadio Akissi Ange Emmanuella

Collection AREX

SALAHOU SIKIROU
Inspecteur de l'Enseignement secondaire

TIAMAOUI BI TRA
Conseiller Pédagogique

IDRISSA KOUYATE
Conseiller Pédagogique

Physique

Terminales C et D

N° 933

Les Classiques africains

Scanné avec CamScanner

AVANT-PROPOS

La nouvelle collection « AREX » (Atelier de Recherche pour un Enseignement EXpérimental des sciences physiques) est conforme au programme révisé de sciences physiques en vigueur en Côte-d'Ivoire depuis octobre 1996. Son objet est d'offrir aux partenaires de l'École, en quête d'excellence et de réussite scolaire, un outil favorisant la transmission d'une culture scientifique de base accessible à tous.

Les sciences physiques procédant d'une démarche essentiellement expérimentale, leur enseignement participe de ce fait à la formation de l'esprit scientifique et à une meilleure compréhension de l'environnement technologique moderne.

Le but de la collection « AREX » est donc d'amener les élèves à aimer notre discipline en leur montrant que les problèmes techniques ou pratiques auxquels ils sont confrontés dans la vie quotidienne relèvent, pour la plupart, du domaine des connaissances des sciences physiques.

Structurés, attrayants, d'une présentation particulièrement claire et soignée, tous les manuels du second cycle de la collection « AREX » comprennent les parties suivantes : une série de chapitres organisés selon la même structure : une plage de motivation assortie d'une illustration et accompagnée d'un questionnaire, servant d'amorce à l'étude des notions énumérées en termes d'objectifs d'apprentissage.

1. LA PHASE D'ACQUISITION DE CONNAISSANCES :

Elle est constituée de deux à trois éléments selon les chapitres.

- Un **cours** présenté sur des pages illustrées ; les dispositifs expérimentaux sont généralement présentés sous forme d'images montrant que les expériences décrites peuvent être effectivement réalisées. Les faits expérimentaux sont présentés et analysés en détail et avec rigueur. Les résultats à retenir sont clairement mis en évidence. Des exercices d'application intégrés au cours permettent l'utilisation des relations abordées au fur et à mesure de leur découverte, autorisant ainsi une fixation immédiate des connaissances ;
- Un résumé terminant chaque cours sous la rubrique « **L'essentiel** ». Digeste et précis, il renseigne l'élève sur les savoirs et savoir-faire exigibles au niveau du chapitre étudié ;
- **Une activité expérimentale** : cette partie a pour objet de présenter un ou plusieurs protocoles expérimentaux en rapport direct avec les notions abordées en cours. Un effort particulier est mis cependant sur l'utilisation du matériel scientifique adapté au contexte africain et fabriqué à moindre coût, afin de favoriser la pratique expérimentale ;
- Une fiche « **Méthode** » : elle s'adresse plus particulièrement aux élèves et a pour but de les initier au maniement de l'outil mathématique et à la pratique du raisonnement scientifique. Cette partie est l'occasion de revenir sur certaines notions nécessitant des compléments d'explication.

Scanné avec CamScanner

2. LA PHASE D'ÉVALUATION DES CONNAISSANCES :

Réunis sur deux ou trois pages, les exercices constituent la phase de consolidation des acquis. Ciblés et variés, ils ont pour but de favoriser une évaluation en parfaite congruence avec les apprentissages des élèves ; ils ont, pour cela, une intention pédagogique à deux niveaux :

- la fixation des connaissances : elle est constituée d'exercices rangés sous la rubrique « **Vérifions nos connaissances** ». Ces items ont trait à des activités et à des connaissances abordées, pour la plupart, dans le chapitre d'étude. Les réponses font appel à la mémoire. On attend une restitution des connaissances, l'apprenant utilisant ses propres termes ;
- la consolidation des connaissances : elle est constituée d'exercices rangés sous la rubrique « **Appliquons nos connaissances** ». Ces items ont trait à l'ensemble des notions abordées quelquefois antérieurement au chapitre d'étude. Ils ont pour objet la consolidation de l'apprentissage du raisonnement, l'initiation à l'utilisation de la démarche scientifique et le maniement de l'outil mathématique.

3. UNE ACTIVITÉ DOCUMENTAIRE :

Proposée au lecteur sous la rubrique « **Document** », l'activité documentaire a pour but d'élargir le champ de réflexion de l'élève au-delà du minimum exigible. Conçue de façon active, cette page permet d'accroître la culture scientifique et technique de l'élève. Elle a un rapport, chaque fois que possible, avec l'histoire des sciences ou avec la découverte des technologies nouvelles.

Nous souhaitons que le présent manuel soit un outil de travail à la fois efficace et agréable. Nous espérons aussi y avoir transmis une conception ouverte et dynamique des sciences physiques.

Nous accueillerons avec intérêt et reconnaissance toutes les remarques ou critiques que nos lecteurs nous feraient l'amitié de nous adresser.

Les auteurs.

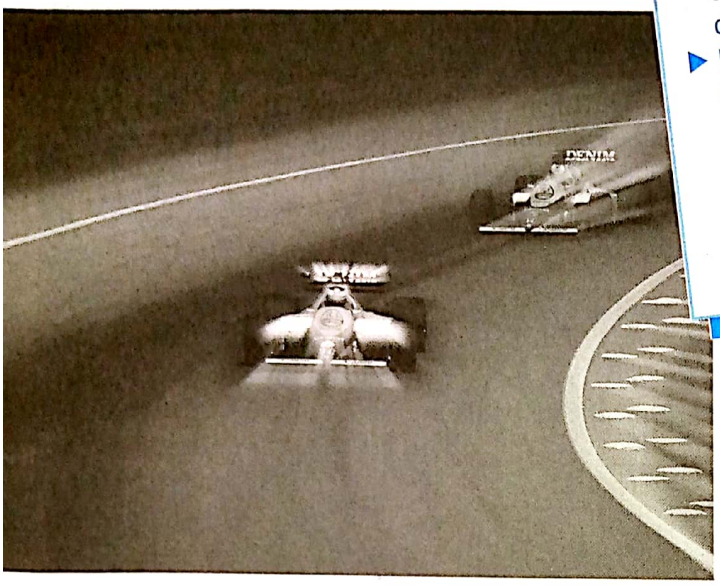
N.B. Les légendes suivies d'un astérisque (*) indiquent que les photos sont reproduites en quadrichromie à la fin de l'ouvrage.

Scanné avec CamScanner

CINÉMATIQUE DU POINT

OBJECTIFS

- Définir les vecteurs vitesse et accélération d'un point mobile dans un repère donné.
- Établir l'expression des équations horaires des mouvements uniformes (rectiligne et circulaire) et des mouvements rectilignes uniformément variés.



Une course automobile

Sur la voie rectiligne :

- *Ces voitures vont-elles à la même vitesse ?*
- *Chaque voiture garde-t-elle la même vitesse au cours du temps ?*
- *Peut-on dire que la voiture de devant accélère plus que celle qui est juste derrière elle ?*
- *Quelle est la nature du mouvement de chaque voiture ?*

■ La cinématique est l'étude des mouvements dans un repère donné, indépendamment des causes qui les produisent.

1 REPÉRAGE D'UN POINT

1.1 Référentiels et repères

Considérons une bicyclette qui se déplace la nuit, sur une route rectiligne, avec une petite lampe fixée sur la valve d'une de ses roues :
– par rapport à la route, la valve décrit une courbe appelée cycloïde (fig. 1-1),
– par rapport à l'axe de la roue, la valve a un mouvement circulaire (fig. 1-2).

La route et l'axe de la roue sont deux repères différents dans le référentiel Terre. Le mouvement d'un point est défini par rapport à un référentiel. La notion de référentiel vue en classe de seconde sera précisée au chapitre 2. Dans la suite du cours, on ne précisera pas de référentiel s'il s'agit du référentiel Terre.

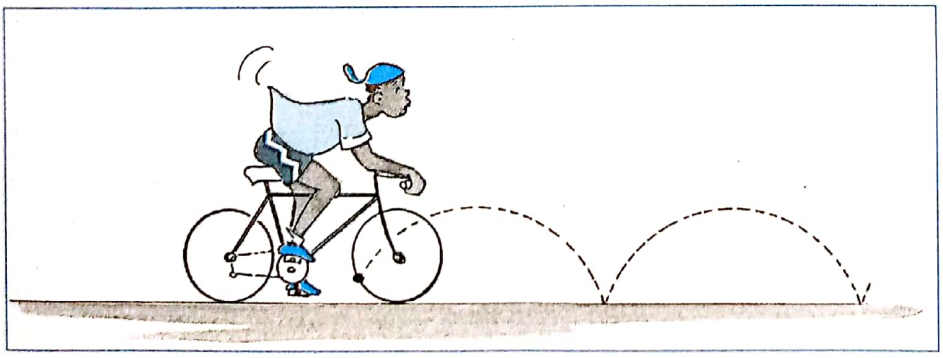


Fig. 1-1. *Le mouvement de la valve est une cycloïde*

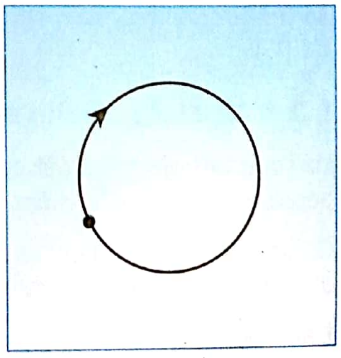


Fig. 1-2. *Mouvement circulaire*

Scanné avec CamScanner

1.1.1 Repère d'espace

C'est un repère lié à un référentiel donné. Son origine O et les directions de ses axes sont fixes par rapport au référentiel (fig. 2).
Exemple : R (O, x, y, z) est un repère dans le laboratoire.

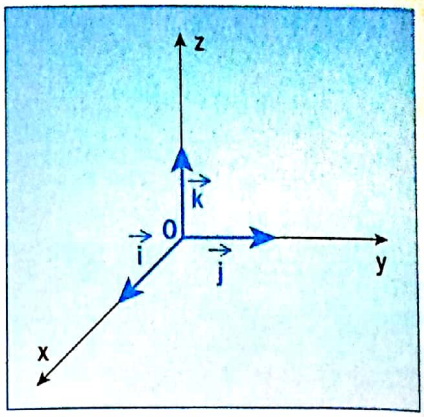


Fig. 2. Exemple de repère d'espace

1.1.2 Repère de temps

Le temps se mesure avec une horloge. Un instant donné est repéré par sa date mesurée à partir d'un instant choisi comme origine. L'unité légale du temps est la seconde (s). Une date est une grandeur algébrique.

Remarque
En mécanique classique, les intervalles de temps sont les mêmes dans tous les référentiels.

1.2 Trajectoire

La trajectoire d'un point est l'ensemble des positions successives qu'il occupe dans un repère donné au cours du temps. Si la trajectoire est une droite, le mouvement du point est dit rectiligne ; dans le cas contraire, il est curviligne.

Remarque
Si la trajectoire est contenue dans un plan, le mouvement du point est plan.

1.3 Vecteur position d'un point

La position, à l'instant t, d'un point M peut être repérée de différentes façons.

1.3.1 Coordonnées cartésiennes

Dans un repère d'espace cartésien R $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, la position d'un point M à l'instant t est définie par le vecteur position :

$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ (fig. 3)

x, y et z sont les coordonnées du point M dans le repère R. Elles s'expriment en mètre (m).

Si le point M est en mouvement, les coordonnées sont fonctions du temps :
$x = f(t)$; $y = g(t)$; $z = h(t)$

Les fonctions sont appelées équations horaires du mouvement du point M.

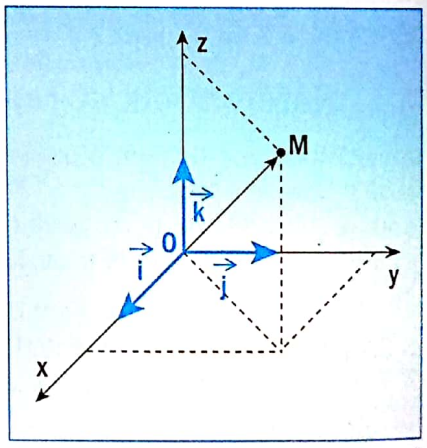


Fig. 3. Vecteur position $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Exemple
Les équations horaires du mouvement d'un point M sont :

$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t^2 \\ z = 1 \end{cases}$$

1.3.2 Abscisse curviligne

Lorsque la trajectoire est curviligne, la position du point M peut être repérée à chaque instant par son abscisse curviligne.

Orientons arbitrairement la trajectoire et choisissons sur elle une origine d'espace A également arbitraire (fig. 4).

L'abscisse curviligne du point M à une date t est définie par l'arc $s = \overset{\frown}{AM}$.
La fonction $s = \varphi(t)$ représente l'équation horaire du mouvement.

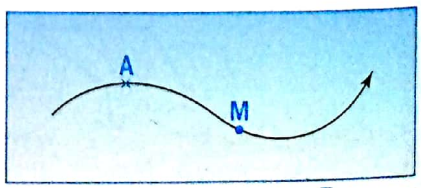


Fig. 4. Abscisse curviligne $s = \overset{\frown}{AM}$

Scanné avec CamScanner

2 VECTEUR VITESSE

2.1 Vecteur vitesse moyenne

Soient M_1 et M_2 les positions respectives d'un point M aux dates respectives t_1 et t_2 dans un repère donné R (fig. 5).
Le vecteur vitesse moyenne est défini par :

$$\vec{V}_m = \frac{\vec{M_1M_2}}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{OM_2} - \vec{OM_1}}{t_2 - t_1}$$

L'unité de vitesse est le mètre par seconde ($m.s^{-1}$)

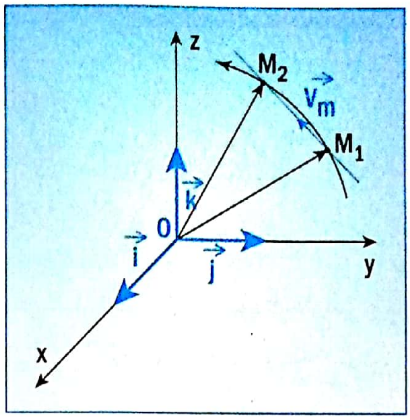


Fig. 5. *Vecteur vitesse moyenne* $\vec{V}_m = \frac{\vec{OM_2} - \vec{OM_1}}{t_2 - t_1}$

2.2 Vecteur vitesse instantanée

Si $\Delta t = t_2 - t_1$ tend vers 0, le point M_2 tend vers M_1, alors $\vec{V}_m$ tend vers une limite $\vec{v}$ appelée vecteur vitesse instantanée.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{V}_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{M_1M_2}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{OM_2} - \vec{OM_1}}{\Delta t}$$

Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur position $\vec{OM}$.

On pose : $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$

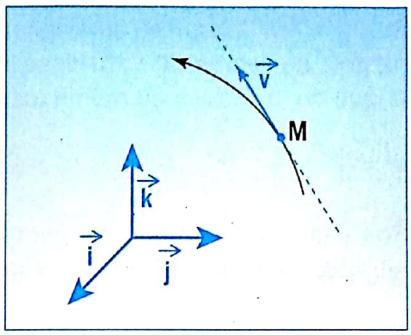


Fig. 6. *Caractéristiques du vecteur vitesse* $\vec{v}$

Caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}$. Lorsque M_2 tend vers M_1, la corde M_2M_1 tend vers la tangente à la trajectoire en M_1. Donc, **$\vec{v}$ a pour direction la tangente à la trajectoire au point M (fig. 6), pour sens celui du mouvement, et pour valeur celle de la vitesse instantanée en M à la date t.**

2.3 Expressions du vecteur vitesse instantanée

2.3.1 À partir des coordonnées cartésiennes

Dans un repère R $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

– le vecteur position est : $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$,

– le vecteur vitesse est : $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$.

Puisque $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sont des vecteurs unitaires constants, on obtient : $\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$

Ou : $\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$

$\dot{x}$, $\dot{y}$ et $\dot{z}$ sont les coordonnées de $\vec{v}$.

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{cases}$$

La valeur de la vitesse est $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$

Scanné avec CamScanner

EXERCICE D'APPLICATION

Les équations horaires d'un point mobile M sont :

$x(t) = 2t$ (m)

$y(t) = \frac{1}{2}t^2$ (m)

$z(t) = 0$

1. Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse instantanée.

2. Calculer la valeur de la vitesse à la date t = 0.

SOLUTION

1. Les coordonnées du vecteur vitesse sont :

$$\vec{v} \begin{vmatrix} v_x = \dot{x} = 2 \\ v_y = \dot{y} = t \\ v_z = \dot{z} = 0 \end{vmatrix} \quad \text{ou :} \quad \vec{v} \begin{vmatrix} \dot{x} = 2 \\ \dot{y} = t \\ \dot{z} = 0 \end{vmatrix}$$

2. La valeur de $\vec{v}$ à t = 0

$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$

$v = \sqrt{2^2 + 0^2 + 0^2}$ $\qquad v = 2\ m.s^{-1}$

2.3.2 À partir de l'abscisse curviligne

Soit $s = \overset{\frown}{AM}$ l'abscisse curviligne du point M à la date t. La dérivée par rapport au temps de l'abscisse curviligne est égale à la mesure algébrique de la vitesse au même instant.

$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

Soit $\vec{\tau}$ le vecteur unitaire tangent à la trajectoire en M, dans le sens positif (fig. 7). Nous avons donc $\vec{v} = v\vec{\tau} = \dot{s}\vec{\tau}$

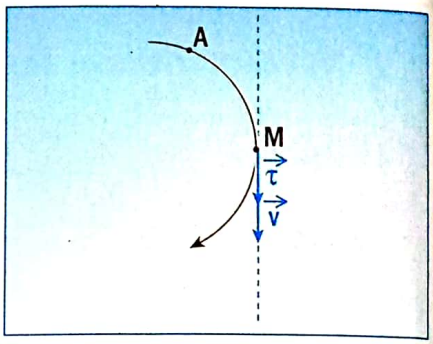


Fig. 7. *Vecteur vitesse $\vec{v}$ dans le repère $(M, \vec{\tau})$, $\vec{v} = v\vec{\tau}$.*

3 VECTEUR ACCÉLÉRATION

3.1 Vecteur accélération moyenne

Le vecteur accélération caractérise la variation du vecteur vitesse au cours du temps. Soient $\vec{v}$ et $\vec{v}'$ les vecteurs vitesses du point M respectivement aux dates t et t' dans le repère R $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (fig. 8).

Le vecteur accélération moyenne du point M pendant la durée $\Delta t = t' - t$ est :

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}' - \vec{v}}{\Delta t}$$

L'accélération s'exprime en $m.s^{-2}$.

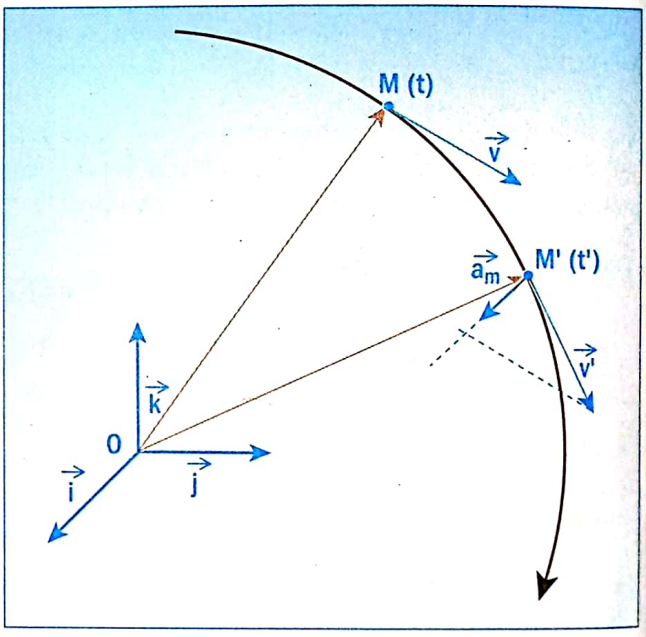


Fig. 8. *Vecteur accélération*

3.2 Vecteur accélération instantanée

Lorsque $\Delta t \to 0$, $\vec{v}'$ tend vers $\vec{v}$

Alors : $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(\vec{v}' - \vec{v})}{\Delta t}$ $\qquad$ Ou : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{(d\vec{OM})}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$

Le vecteur accélération $\vec{a}$ d'un point M animé du vecteur vitesse $\vec{v}$ à la date t est égal à la dérivée par rapport au temps de ce vecteur vitesse (ou la dérivée seconde par rapport au temps du vecteur position).

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$$

Scanné avec CamScanner

Ordres de grandeur de l'accélération	
Fusée au décollage	6 m.s^{-2}
Corps en chute libre sur la Terre à Paris	9,81 m.s
Voiture en arrêt brutal sur un obstacle	500 m.s
Électron arrivant sur l'écran d'un téléviseur	10^{16} m.s^{-2}

Fig. 9. *Ordres de grandeurs*

3.3 Coordonnées cartésiennes

Dans un repère R $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ $\quad \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

Ou : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$

$\ddot{x}$, $\ddot{y}$ et $\ddot{z}$ sont les coordonnées de $\vec{a}$. La valeur de l'accélération est : $a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$

EXERCICE D'APPLICATION

Reprendre l'application précédente, page 8, et calculer la valeur de l'accélération du mouvement du point M.

SOLUTION

On avait : $\vec{v} \begin{vmatrix} \dot{x} = 2 \\ \dot{y} = t \\ \dot{z} = 0 \end{vmatrix}$

donc : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, $\vec{a} \begin{vmatrix} a_x = \ddot{x} = 0 \\ a_y = \ddot{y} = 1 \\ a_z = \ddot{z} = 0 \end{vmatrix}$

$a = \sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2}$

donc : $a = 1$ m.s^{-2}

3.4 Accélération tangentielle et accélération normale

Le point M décrit une trajectoire supposée plane. **Le vecteur accélération $\vec{a}$ peut être représenté dans la base $(\vec{\tau}, \vec{n})$ appelée base de Frenet (fig. 10), base associée au point M.**

$\vec{\tau}$: vecteur unitaire tangent à la trajectoire en M.

$\vec{n}$: vecteur unitaire perpendiculaire à $\vec{\tau}$ et orienté vers la concavité de la trajectoire.

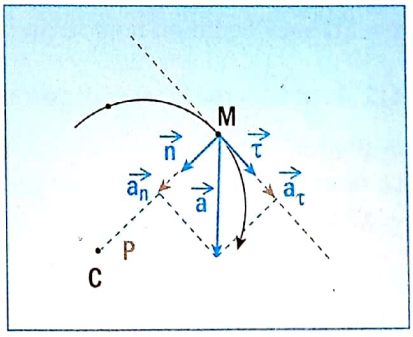


Fig. 10. *Base de Frenet : $\vec{a} = a_t\vec{\tau} + a_n\vec{n}$*

$\vec{a} = a_t\vec{\tau} + a_n\vec{n}$

a_t est appelée accélération tangentielle, $a_t = \frac{dv}{dt}$.

a_n est appelée accélération normale, $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ avec $\rho = CM$: rayon de courbure de la trajectoire en M.

Remarques

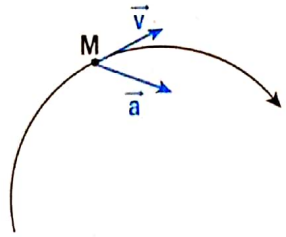
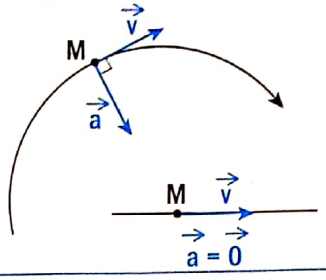
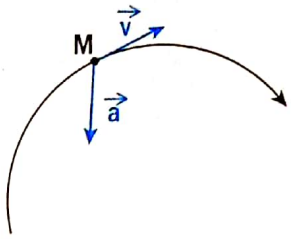
$\vec{a}$ est toujours orienté vers la concavité de la courbe.

$\vec{v} = v\vec{\tau}$

$\vec{a} = a_t\vec{\tau} + a_n\vec{n}$

En général, $\vec{a}$ et $\vec{v}$ n'ont pas la même direction.

Scanné avec CamScanner

Mouvement accéléré	Mouvement uniforme	Mouvement retardé
$\vec{v}.\vec{a} > 0$	$\vec{v}.\vec{a} = 0$	$\vec{v}.\vec{a} < 0$
		

Si la trajectoire est une droite :

$\rho = \infty$, $a_N = \frac{v}{\rho} = 0$, *donc* $\vec{a} = a_T\vec{\tau}$

$\vec{a}$ *et* $\vec{v}$ *ont la même direction mais pas obligatoirement le même sens.*

4 QUELQUES MOUVEMENTS PARTICULIERS

4.1 Mouvements rectilignes

La trajectoire est une droite. Choisissons l'axe x'x comme support de cette droite et R (O, i) un repère (fig. 11).

À la date t, le vecteur position du point M est $\vec{OM} = x\vec{i}$.

Le vecteur vitesse est : $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \dot{x}\vec{i} = v_x\vec{i}$

Le vecteur accélération est : $\vec{a} = \frac{d^2x\,\vec{i}}{dt^2} = \ddot{x}\vec{i} = a_x\vec{i}$

Les vecteurs OM, v et a sont colinéaires.
x = f(t) est l'équation horaire du mouvement.

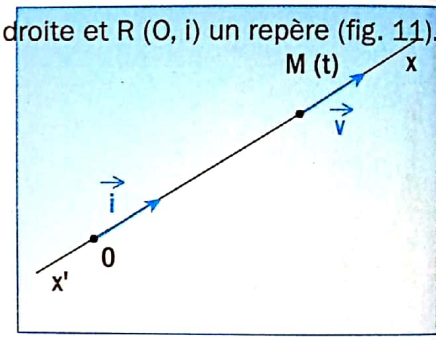


Fig. 11. *Trajectoire rectiligne*

4.1.1 Mouvement rectiligne uniforme

Définition

Le mouvement d'un point est rectiligne uniforme si :
– la trajectoire est une droite,
– le vecteur vitesse est constant $\vec{v} = \vec{v_0} = \vec{cte}$.

Le vecteur accélération est donc nul : a = 0

Équations horaires du mouvement

La fonction x = f(t) est telle que : $v_x = \frac{dx}{dt} = cte$

Donc : $x = v_0t + x_0$

x_0 est la valeur de l'abscisse à t = 0 ; on l'appelle abscisse initiale (en mètre).
x est l'abscisse à la date t (en mètre).

Les équations horaires sont :

$$x = v_0t + x_0$$
$$v_x = v_0$$
$$a_x = 0$$

Scanné avec CamScanner

Remarque

Toutes les grandeurs v_x, x, x sont algébriques.

4.1.2 Mouvement rectiligne uniformément varié

Définition

Un point est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié si sa trajectoire est une droite et si son vecteur accélération est constant $\vec{a} = cte$.

Équations horaires du mouvement

Dans le repère $R = (O, i)$, $a_x = a = \frac{dv_x}{d} = cte$ soit $v_x = at + v_0$

v_0 est la valeur de la vitesse v_x à la date $t = 0$. C'est la vitesse initiale du point M.

La fonction $x = f(t)$, dont la dérivée première est v_x, est de la forme :

$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$

x_0 est l'abscisse à l'origine des dates $t = 0$. $\quad x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

Les équations horaire de ce mouvement sont : $\quad v_x = at + v_0$

$a_x = a$

En éliminant la variable t entre les équations $v_x = at + v_0$ et $x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$

On obtient la relation : $\quad v_x^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

1re remarque

Cas où : à $t = 0$, $x_0 = 0$ et $v_0 = 0$

Les expressions précédentes s'écrivent :

$a_x = a$

$v_x = at$

$x = \frac{1}{2} at^2$

$v_x^2 = 2ax$

2e remarque

– si le produit $av > 0$, le mouvement est rectiligne uniformément accéléré,

– si le produit $av < 0$, le mouvement est rectiligne uniformément retardé.

EXERCICE D'APPLICATION

On étudie le mouvement d'un point matériel M lancé dans une gouttière inclinée comme l'indique la figure ci-contre. L'axe xx', parallèle à la gouttière, est dirigé vers le haut. À la date $t = 0$, le point M occupe la position M_0 ($x_0 = 5$ m), avec une vitesse $\vec{v_0} = +3\vec{i}$ et une accélération constante $\vec{a} = -2\vec{i}$.

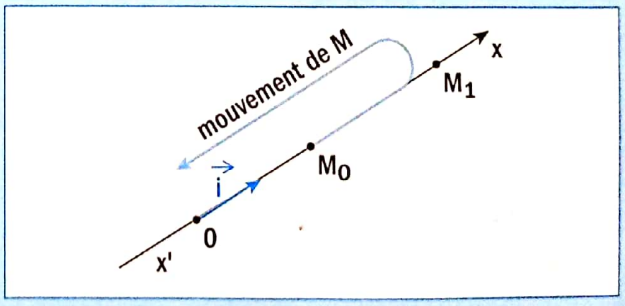
1. Écrire l'équation horaire du mouvement du point M.

2. À quelle date t_1 le point M s'arrête-t-il avant de redescendre ? Quelle est alors son abscisse ? Le mouvement est-il accéléré ou retardé pour $t < t_1$?

3. À quelle date t_2 le point M repassera-t-il au point M_0 ?

4. Calculer la vitesse du point M en ce point M_0.

5. Le mouvement du point M est-il accéléré ou retardé pour $t > t_1$?



Scanné avec CamScanner

SOLUTION

1. La trajectoire est une droite et l'accélération est constante, donc le mouvement est rectiligne uniformément varié, d'équations horaires :

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ v_x = at + v_0t \\ a_x = a \end{cases}$$

Ici : $a = -2\ m.s^{-2}$

et à $t = 0$ $\quad v_0 = +3\ m.s^{-1}$

$\quad x_0 = 5\ m$

Donc : $x = -t^2 + 3t + 5$

$v_x = -2t + 3$

$a_x = -2\ m.s^{-2}$

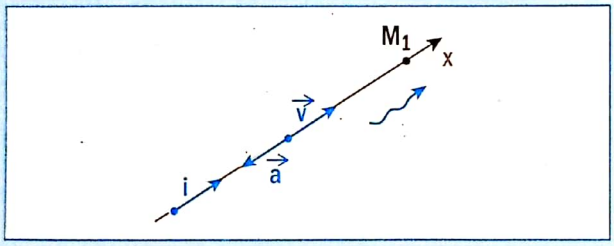
2. Le point matériel s'arrête lorsque $v_x = 0$ à l'instant t_1.

$v_x = -2t_1 + 3 = 0$, on a $t_1 = 1{,}5$ s.

L'abscisse du point M_1 est alors :

$x_1 = -(1{,}5)^2 + 3\,(1{,}5) + 5$; $x_1 = 7{,}25$ m.

Pour $t < t_1$, le vecteur vitesse $\vec{v}$ est dans le sens du mouvement, sens de x, et le vecteur accélération $\vec{a}$ est en sens inverse, donc : $\vec{a}.\vec{v} < 0$ et le mouvement est retardé.



3. Le point matériel repasse en M_0 à la date t_2, pour x = 5m.

$$5 = -t^2 + 3t + 5$$

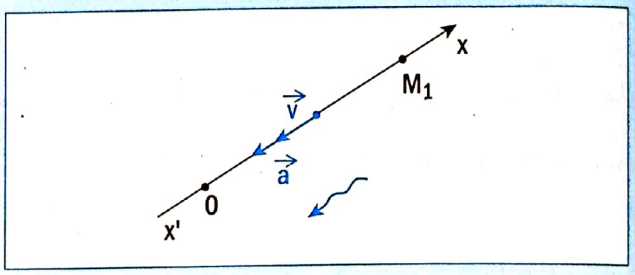
Ou : $t(-t + 3) = 0$ $\quad \begin{cases} t_1 = 0 & \text{origine des dates} \\ \text{et} & \\ t_2 = +3\text{s} & \text{date de retour} \end{cases}$

4. La vitesse en M_0 est :

$v_2 = -2t_2 + 3$

$v_2 = -2x(3) + 3 = -3\ m.s^{-1}$

Donc : $\vec{v_2} = -\vec{v_0}$



5. Pour $t > t_1$, le vecteur vitesse $\vec{v}$, dans le sens du mouvement, est alors dans le même sens que le vecteur accélération a, donc $\vec{a}.\vec{v} > 0$, le mouvement est accéléré.

4.2 Mouvement circulaire uniforme

4.2.1 Définition

Un point mobile M est animé d'un mouvement circulaire uniforme si sa trajectoire est un cercle et si la valeur de sa vitesse est constante.

4.2.2 Équation horaire

Considérons une trajectoire circulaire de rayon R et de centre O. Choisissons sur elle un sens positif arbitraire et une origine A (fig. 12).

La position du point M à la date t est repérée par son abscisse curviligne s, ou son abscisse angulaire θ, telles que :

$s = \overset{\frown}{AM} = R\theta$ (θ en radian).

La vitesse est : $v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$ $\quad$ avec : $\quad v = R\frac{d\theta}{dt} = R\dot{\theta}$

Ici v = cte, **l'équation horaire est $s = vt + s_0$**. s_0 est l'abscisse curviligne initiale à la date t = 0.

Divisons l'équation précédente par le rayon R.

$\frac{s}{R} = \frac{vt}{R} + \frac{s_0}{R}$

On obtient : $\theta = \dot{\theta}t + \theta_0$

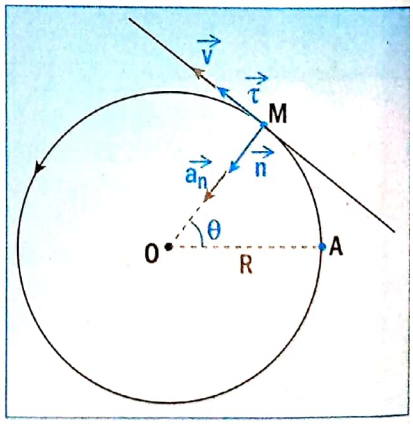


Fig. 12. Mouvement circulaire uniforme

Scanné avec CamScanner

θ_0(rad) est l'abscisse angulaire à t = 0

$\dot{\theta} = \omega = \frac{v}{R}$ est appelé vitesse angulaire (en rad.s^{-1}) du point M.

4.2.3 Accélération du mouvement du point

Dans la base de Frenet $(\vec{\tau}, \vec{n})$; $\vec{a} = a_t\vec{\tau} + a_n\vec{n}$.

Or : $v = v_0 = cte$, donc, on a : $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$

et : $\vec{a} = a_n\vec{n}$ avec $a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$ (fig. 12)

Le vecteur accélération est dirigé constamment vers le centre de la trajectoire.

4.2.4 Période et fréquence du mouvement

La période T est le temps d'un tour : si t = T, $\theta = 2\pi$ rad

Donc : $\theta = 2\pi = \omega T$ soit : $\mathbf{T = \frac{2\pi}{\omega}}$

La période T s'exprime en secondes (s).

La fréquence N est l'inverse de la période.

$\mathbf{N = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}$ N s'exprime en **Hertz (Hz)**.

L'essentiel

Pour décrire le mouvement d'un point, il faut choisir le référentiel d'étude, un repère lié à ce référentiel et une origine des dates.

- La position d'un point M est repérée à chaque instant dans un repère R $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ par :
  – son vecteur position $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$,
  – ou par son abscisse curviligne $s = \overset{\frown}{AM}$.
- Le vecteur vitesse d'un point est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur position :

  $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ $\quad \vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$

  $\vec{v}$ est tangent à la trajectoire en M dans le sens du mouvement, et sa valeur $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$ s'exprime en m.s^{-1}.
- Le vecteur accélération est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse.

  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ $\quad \vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$

  $a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$ s'exprime en m.s^{-2}

Dans la base de Frenet $(\vec{\tau}, \vec{n})$

$\vec{a} = a_t\vec{\tau} + a_n\vec{n}$

avec : $a_t = \frac{dv}{dt}$ accélération tangentielle

$a_n = \frac{v^2}{R}$ accélération normale

- Mouvements particuliers
  – Mouvement rectiligne uniforme : la trajectoire est une droite.
  $a_x = 0$
  $v_x = v_0 = cte$
  $x = v_0t + x_0$

  – Mouvement rectiligne uniformément varié : la trajectoire est une droite.
  $a_x = cte = a$
  $v_x = at + v_0$
  $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

  Si $\vec{a}.\vec{v} > 0$, mouvement rectiligne uniformément accéléré.

Scanné avec CamScanner

L'essentiel

Si $\vec{a}.\vec{v} < 0$, mouvement rectiligne uniformément retardé.

– Mouvement circulaire uniforme : la trajectoire est un cercle et la vitesse est constante v = cte.

$s = \overset{\frown}{AM} = R\theta$

$v = \dot{s} = R\dfrac{d\theta}{dt} = R\dot{\theta}$

$\dot{\theta} = \omega$ = vitesse angulaire (rad. s^{-1})

$s = vt + s_o$ équation horaire

ou :

$\theta = \dot{\theta}t + \theta_o$

Dans la base de Frenet :

$\begin{cases} a_t = 0 \text{ car la vitesse est constante} \\ a_n = \dfrac{v^2}{R} = R\omega^2 \quad a = a_n \text{ est centripète} \end{cases}$

La période est : $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ (s)

et la fréquence : $N = \dfrac{1}{T}$ (Hz)

FICHE MÉTHODE

Comment exprimer un résultat numérique ?

■ **Un résultat doit toujours être vraisemblable.**

Par exemple, l'allongement d'un ressort :
Δl = 2 km est un résultat manifestement erroné.

■ **Un résultat doit être arrondi et comporter un nombre raisonnable de chiffres significatifs.**

On donne, en général, deux ou trois chiffres significatifs. Exemple pour le cas d'un nombre avec deux chiffres significatifs : les nombres 25 ou 0,25 ou 0,025 ou $2{,}5.10^n$ ont deux chiffres significatifs.Les zéro situés « derrière » sont des chiffres significatifs mais, placés "devant", ils ne sont pas des chiffres significatifs.

Arrondissons les nombres suivants : 1,726 ; 2,781 et $5{,}268.10^2$ avec 2 chiffres significatifs :

1,726	s'arrondit en	1,7
2,781	s'arrondit en	2,8
$5{,}268.10^2$	s'arrondit en	$5{,}3.10^2$

■ **Un résultat doit s'exprimer en écriture scientifique.**

L'écriture scientifique est formée d'un nombre compris entre 1 et 9,99... suivi d'une puissance de 10.
Exemple : $3{,}68.10^3$; $7{,}5.10^{-6}$ sont des écritures scientifiques.

■ **Un résultat est toujours suivi d'une unité.**

Exemple : 5,2 N ; 2 kg

Scanné avec CamScanner

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

OBJECTIF

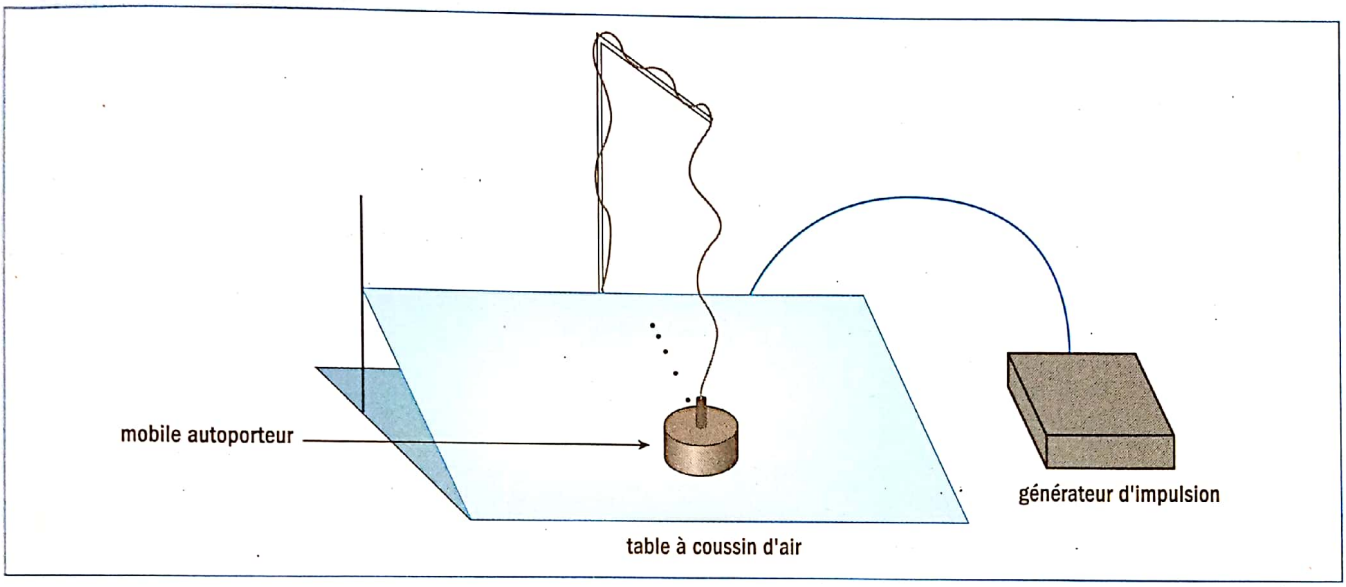
▶ Représenter les vecteurs vitesse et accélération

MATÉRIEL :

- *Une table à coussin d'air avec ses accessoires,*
- *Un axe (tige verticale),*
- *Un générateur d'impulsion,*
- *Du papier métallisé.*

Activité 1 : Mouvement rectiligne uniformément varié

1. Dispositif expérimental



2. Manipulation

Le mobile autoporteur est placé à la partie supérieure de la table inclinée de α par rapport à l'horizontale. Une fois le mobile abandonné, on enregistre les positions successives de son centre d'inertie à intervalles de temps égaux $\tau = 20$ ms sur le papier métallisé (voir l'enregistrement).

3. Exploitation des résultats

- Représenter les vecteurs vitesses $\vec{v}_1, \vec{v}_4, \vec{v}_7, \vec{v}_{10}$ et $\vec{v}_{13}$; dates t_1, t_4, t_7, t_{10} et t_{13}.
- En considérant que : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \simeq \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

car Δt est petit, représenter les vecteurs accélération :

$$\vec{a}_1 = \frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_4 - \vec{v}_1}{t_4 - t_1} = \frac{\vec{v}_4 - \vec{v}_1}{3\tau}$$

$$\vec{a}_2 = \frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_7 - \vec{v}_4}{3\tau}$$

$$\vec{a}_3 = \frac{\Delta\vec{v}_3}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{10} - \vec{v}_7}{3\tau}$$

Et : $\vec{a}_4 = \frac{\vec{v}_{13} - \vec{v}_{10}}{3\tau}$

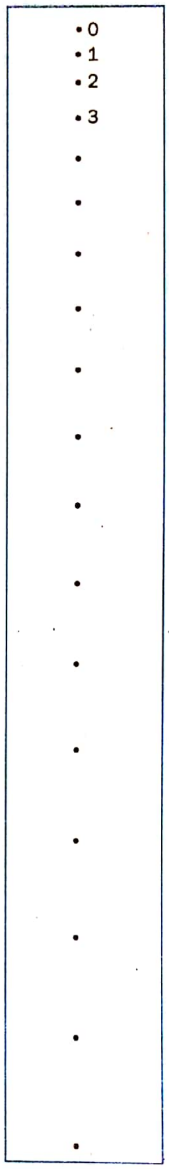
Échelles : 0,1 $m.s^{-1}$ $\longleftrightarrow$ 1 cm (vitesse)
0,5 $m.s^{-2}$ $\longleftrightarrow$ 1 cm (accélération)

Scanné avec CamScanner

3.1 Résultats

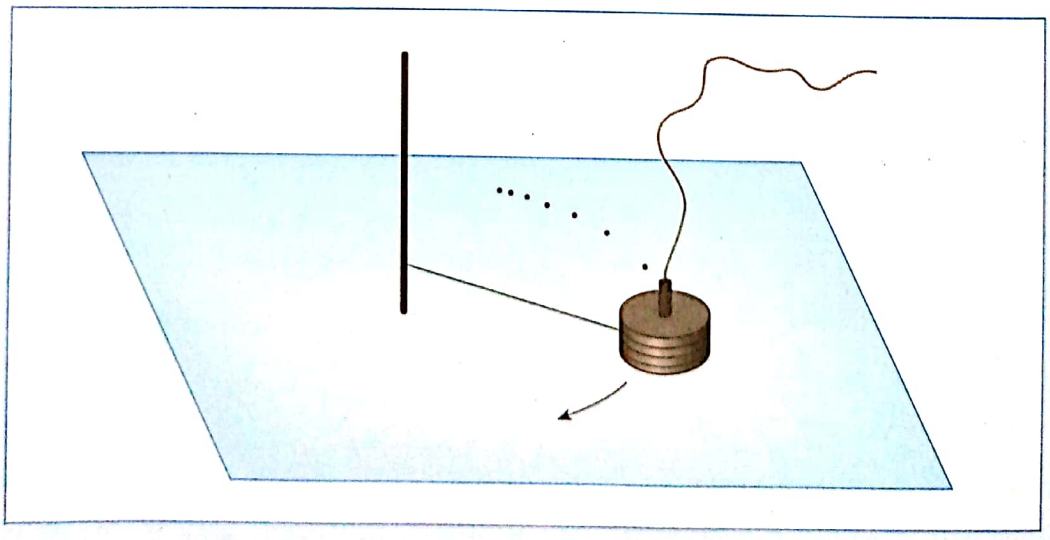
v_1 = a_1 =
v_4 = a_2 =
v_7 = a_3 =
v_{10} = a_4 =
v_{13} =

3.2 Conclusion



Activité 2 : Mouvement circulaire uniforme

1. Dispositif expérimental



Scanné avec CamScanner

2. Manipulation

- Placer la table horizontalement.
- Fixer, au centre de la table, une tige verticale (axe).
- Relier le mobile à la tige par un fil.
- Enregistrer le mouvement du centre d'inertie G du mobile autoporteur en rotation autour de l'axe vertical fixe (voir l'enregistrement).

3. Exploitation des résultats

- Tracer les vecteurs vitesse $\vec{v}$, $\vec{v'}$ et $\vec{v''}$ aux dates t, t' et t'' (avec $t' = t - 2\tau$ et $t'' = t + 2\tau$) : $\tau = 20$ ms
- Tracer le vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v} = \vec{v''} - \vec{v'}$ au point M à l'instant t.
- Tracer le vecteur accélération $\vec{a}$ au point M à l'instant t :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \simeq \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}}{4\tau}$$

- Représenter les vecteurs accélération normale $\vec{a}_n$ et tangentielle $\vec{a}_t$ sachant que :

$$\vec{a} = a_n\vec{n} + a_t\vec{t} = \frac{v^2}{R}\vec{n} + \frac{dv}{dt}\vec{t}$$

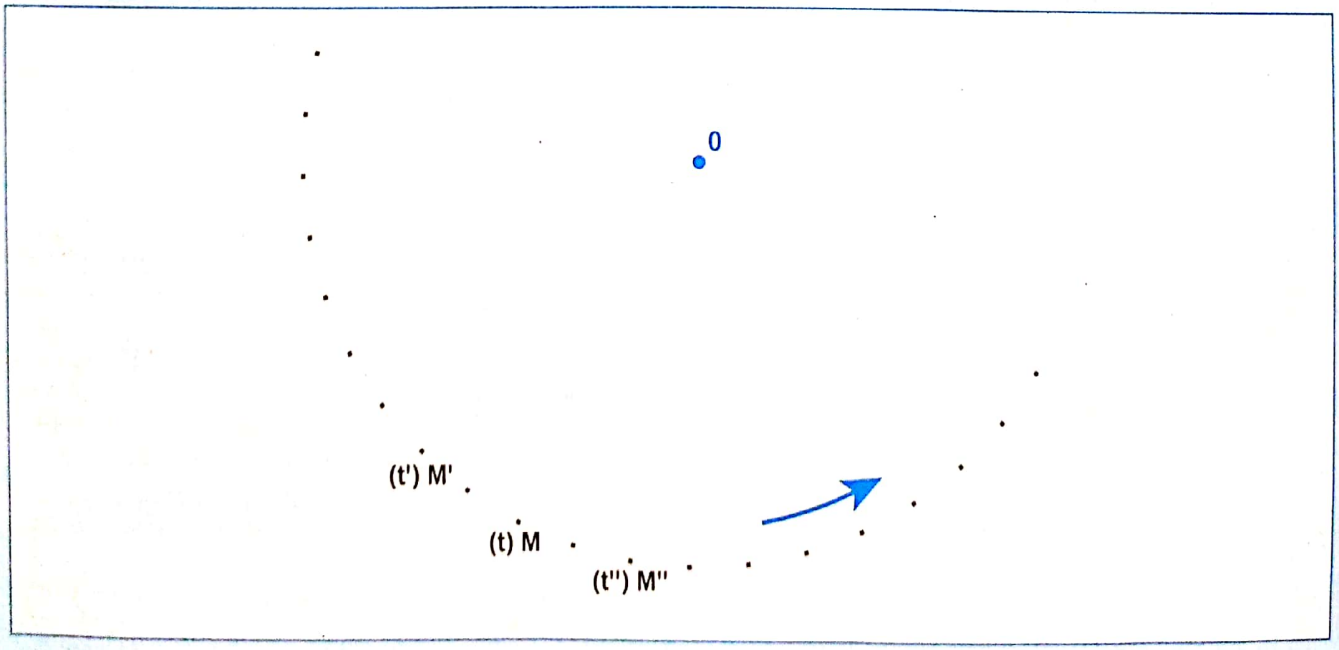
Échelles : 0,2 $m.s^{-1}$ $\longleftrightarrow$ 1 cm (vitesse)
1 $m.s^{-2}$ $\longleftrightarrow$ 1 cm (accélération)

3.1 Résultats

v = Δv =
v' = a =
v'' = a_n =
a_t =

	Valeurs calculées	Valeurs mesurées
$\frac{v^2}{R}$ ($m.s^{-2}$)		
$\frac{\Delta v}{\Delta t}$ ($m.s^{-2}$)		

3.2 Conclusion



Scanné avec CamScanner

EXERCICES

Vérifions nos connaissances

1 Deux automobiles, l'une conduite par Montray et l'autre par Kékémo, roulent à la même vitesse, dans le même sens sur deux voies parallèles de l'autoroute du Nord. Parmi les réponses suivantes, indiquer les bonnes réponses :

1.1 Montray est au repos par rapport à la Terre.
1.2 Montray est en mouvement par rapport à la Terre.
1.3 Montray est au repos par rapport à Kékémo.
1.4 Montray est en mouvement par rapport à Kékémo.
1.5 Montray est au repos par rapport au siège de son véhicule.

2 Répondre par vrai ou faux et justifier la réponse. Lorsqu'un mobile est animé d'un mouvement circulaire uniforme :

2.1 La valeur de la vitesse est constante.
2.2 Le vecteur vitesse est constant.
2.3 Le vecteur accélération est nul.
2.4 Le vecteur accélération est normal à la trajectoire.

3 Répondre par « vrai » ou « faux » :

3.1 Sur une trajectoire rectiligne, le mouvement d'une automobile qui recule est nécessairement retardé.
3.2 Lorsque l'accélération d'une automobile est négative, celle-ci est nécessairement en train de ralentir.
3.3 Si le carré de la vitesse d'un mobile augmente, celui-ci va nécessairement de plus en plus vite.

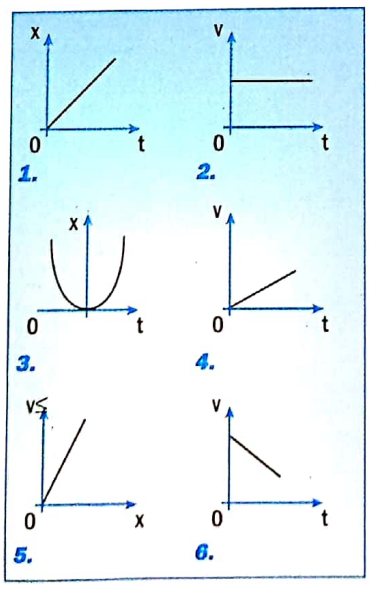
4 Cocher la bonne réponse. Un mouvement rectiligne est uniformément accéléré si :

4.1 $a_x > 0$
4.2 $a_x v_x < 0$
4.3 $v_x > 0$
4.4 $a_x v_x > 0$

5 Pour chacun des diagrammes ci-dessous, dire si le mouvement rectiligne est :

5.1 Uniforme.
5.2 Uniformément accéléré.
5.3 Uniformément retardé.

(x, v, t représentent respectivement l'abscisse, la valeur de la vitesse et la date.)



Appliquons nos connaissances

6 L'équation paramétrique d'un mobile en mouvement rectiligne est :

$$x = \frac{1}{2}t^2 + 2t + 1 \text{ (m)}$$

6.1 Déterminer :
– la position initiale du mobile (à t = 0),
– la vitesse initiale du mobile (à t = 0),
– l'accélération du mobile à un instant quelconque.
Conclure.
6.2 Calculer la vitesse moyenne v_m du mobile entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = 2s$.
6.3 Calculer les vitesses v_1 et v_2 du mobile aux instants $t_1 = 0$ et $t_2 = 2s$.
6.4 Comparer v_1 et v_2 à v_m.
Conclure.

7 Une particule a un mouvement rectiligne uniforme de vitesse constante $v_0 = 1\ m.s^{-1}$. À un instant t pris comme origine des temps, elle subit, lorsqu'elle passe par le point M_0 d'abscisse $x_0 = -2$ m, un freinage dans la direction du mouvement. La décélération, constante, a comme valeur absolue $|a| = 0{,}25\ m.s^{-2}$.
7.1 Quelle est la nature du mouvement de la particule ?
7.2 Donner les équations horaires de ce mouvement.
7.3 À quelle date la particule s'arrête-t-elle ? Quelle est alors son abscisse ?

8 Les équations horaires du mouvement d'une bille lancée dans l'espace sont :

$$\begin{cases} x = 2t \text{ (m)} \\ y = 0 \text{ (m)} \\ z = -5t^2 + 4t \text{ (m)} \end{cases}$$

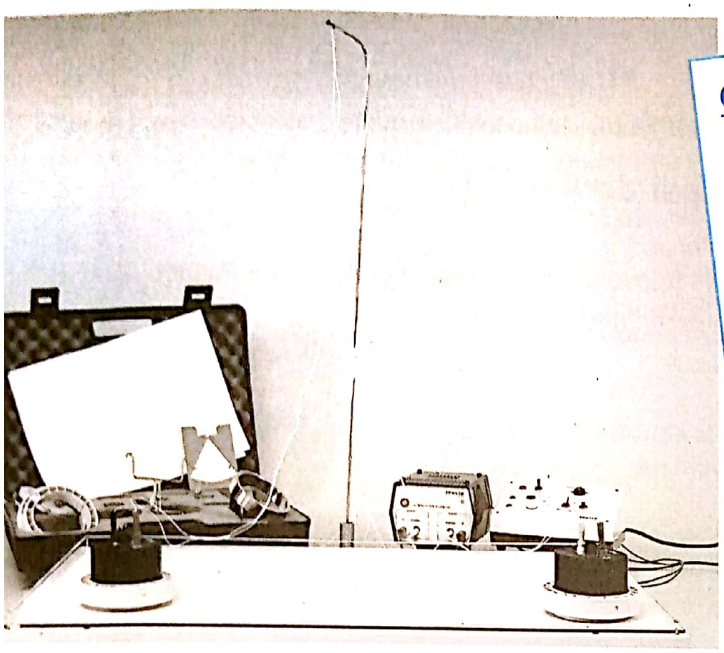
Dans le repère $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on prendra $t \geqslant 0$.

8.1 Écrire l'équation cartésienne de la trajectoire. Quelle est la nature de cette trajectoire ?
8.2 Calculer la valeur de la vitesse lorsque :
– la bille passe par le sommet de la trajectoire,
– la bille rencontre le plan z = 0.

9 Partant du repos, la cage d'un puits de mine, en mouvement rectiligne, acquiert une vitesse de $10\ m.s^{-1}$ après 25 m de parcours. Elle parcourt ensuite 50 m avec cette même vitesse et arrive au fond du puits, à 125 m de son point de départ, avec une vitesse nulle. On considère les mouvements de la première et de la troisième phase comme uniformément variés.
9.1 Établir les équations horaires des trois phases du mouvement en précisant les origines des dates et des espaces choisis.
9.2 Construire les trois diagrammes des espaces x = f (t) sur un même graphique.

Scanné avec CamScanner

MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SYSTÈME MATÉRIEL



OBJECTIFS

- Définir un référentiel galiléen.
- Connaître le théorème du centre d'inertie.
- Appliquer la relation $\Sigma \vec{f} = m\vec{a}_G$ à un solide dans un référentiel galiléen.

- *Que représente cette photo ?*
- *Pourquoi utilise-t-on ce dispositif pour l'enregistrement des mouvements ?*

La cinématique est l'étude des mouvements de points mobiles. La dynamique permet de mettre en évidence les causes de ces mouvements : les forces.

1 NOTION DE FORCES

1.1 Rappel

Nous avons vu, en classe de seconde, que la force est une action mécanique qui s'exerce sur un corps. Elle se manifeste, soit par :
– son effet dynamique : mettre le corps en mouvement ou modifier son mouvement,
– son effet statique : déformer le corps ou le maintenir au repos.

La force $\vec{F}$ est une grandeur vectorielle caractérisée par :
– sa direction,
– son sens,
– son point d'application,
– sa valeur exprimée en newton (N).

1.2 Forces extérieures – forces intérieures

Un système défini peut être soumis à deux types de forces : les forces extérieures et les forces intérieures.

Exemple : Considérons une bille en chute libre (fig. 1). Le poids $\vec{P}$ est la seule force appliquée à la bille.

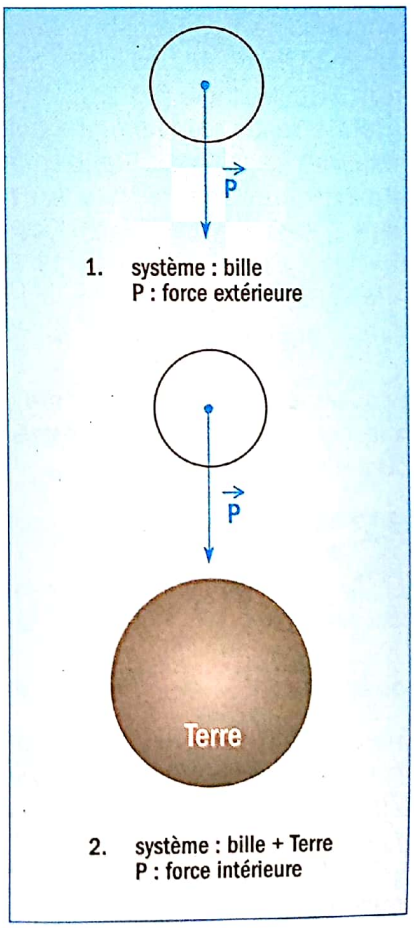


Fig. 1. *Bille en chute libre*

Scanné avec CamScanner

Toutes les autres (résistance de l'air, attraction des autres planètes...) sont négligeables.
– Prenons la bille seule comme système (fig. 1-1). $\vec{P}$ est une force extérieure.
– Prenons «la bille et la Terre» comme système (fig. 1-2). $\vec{P}$ est une force intérieure.

2 PRINCIPE DE L'INERTIE - RÉFÉRENTIELS GALILÉENS

Comme tout principe, il ne se démontre pas, mais il est vérifié par ses conséquences.

2.1 Solide isolé ou pseudo-isolé – Rappel de Seconde

Un solide mécaniquement isolé n'est soumis à aucune force.
Un solide pseudo-isolé mécaniquement est soumis à des forces qui se compensent à chaque instant. Alors la somme vectorielle des forces extérieures appliquées au solide est $\Sigma \vec{F}_{ex} = \vec{0}$.

2.2 Énoncé du principe de l'inertie

Dans certains référentiels appelés référentiels galiléens, le centre d'inertie G d'un système isolé ou pseudo-isolé
– a un mouvement rectiligne uniforme s'il est en mouvement,
– reste au repos s'il est initialement immobile.

2.3 Référentiels galiléens

Un référentiel dans lequel le principe de l'inertie est vérifié est un référentiel galiléen.

Dans la pratique, on utilise :
– le référentiel de Copernic pour l'étude des mouvements des planètes. Son origine est le centre d'inertie du Soleil, ses axes sont dirigés vers 3 étoiles fixes (fig. 2),
– le référentiel géocentrique pour l'étude des satellites de la Terre. Son origine est le centre d'inertie de la Terre, ses axes sont dirigés vers 3 étoiles fixes (fig. 2). Ces axes sont parallèles à ceux du référentiel de Copernic.
– le référentiel terrestre pour l'étude d'expériences réalisées sur la Terre,

Pour chaque type de problème, on considère que ces référentiels sont galiléens avec une bonne approximation.

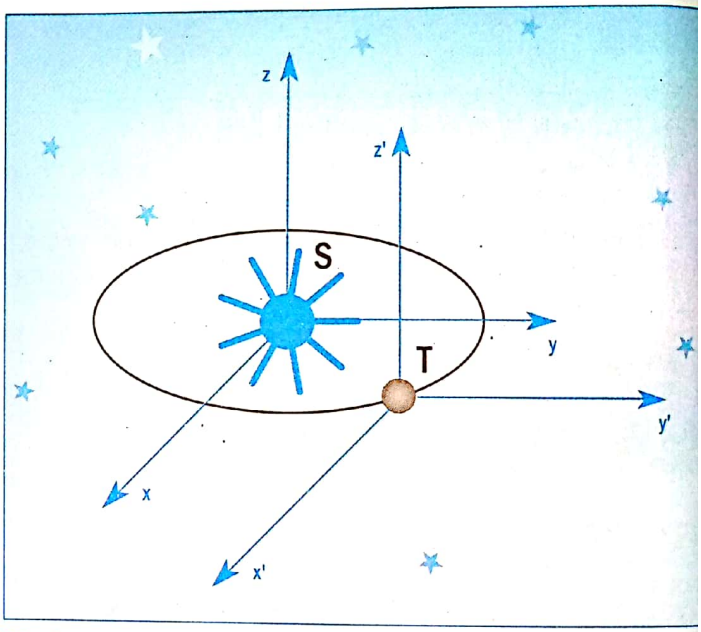


Fig. 2. *Référentiels*
(S, x, y, z) est le référentiel de Copernic
(T, x', y', z') est le référentiel géocentrique

3 RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE

3.1 Quantité de mouvement

Si $\vec{V}_G$ est la vitesse du centre d'inertie G d'un système de masse M à un instant donné, la quantité de mouvement du système s'écrit $\vec{p} = M\vec{V}_G$
$\vec{p}$ est une grandeur vectorielle caractérisée par :
– sa direction : celle de $\vec{V}_G$,
– son sens : celui de $\vec{V}_G$,
– son point d'application,
– sa valeur $p = MV_G$ exprimée en $kg.m.s^{-1}$.

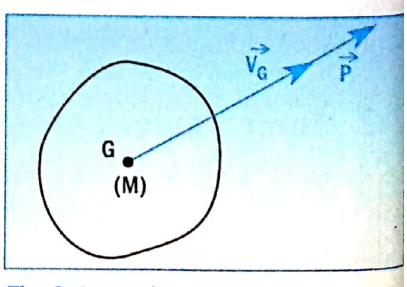


Fig. 3. *Quantité de mouvement*

Scanné avec CamScanner

3.2 Relation fondamentale de la dynamique

Énoncé

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement du solide à cet instant.

$$\Sigma \vec{F}_{ex} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

3.3 Théorème du centre d'inertie

Avec : $\vec{p} = M\vec{V}_G$

$$\Sigma \vec{F}_{ex} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(M\vec{V}_G) = M\frac{d\vec{V}_G}{dt} = M\vec{a}_G$$

On a donc : $\Sigma \vec{F}_{EX} = M\vec{a}_G$.

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de sa masse M par le vecteur accélération $\vec{a}_G$ de son centre d'inertie.

Remarques

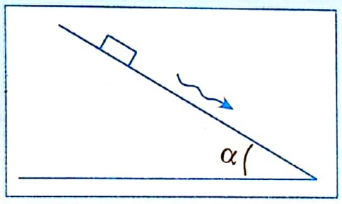
Ce théorème permet de déterminer le mouvement du centre d'inertie G d'un solide et non le mouvement complet du solide si celui-ci est en rotation.

Par exemple : – si $\Sigma \vec{F}_{ex} = \vec{0}$, on a $\vec{a}_G = \vec{0}$ donc $\vec{V}_G = \vec{cte}$.

Le centre d'inertie G a un mouvement rectiligne uniforme (ou reste au repos). C'est le principe de l'inertie.

EXERCICE D'APPLICATION

Un solide de masse m, abandonné sans vitesse initiale, glisse en translation le long de la ligne de plus grande pente d'un plan incliné faisant un angle α, avec l'horizontale. Étudier le mouvement du solide. On néglige tous les frottements.

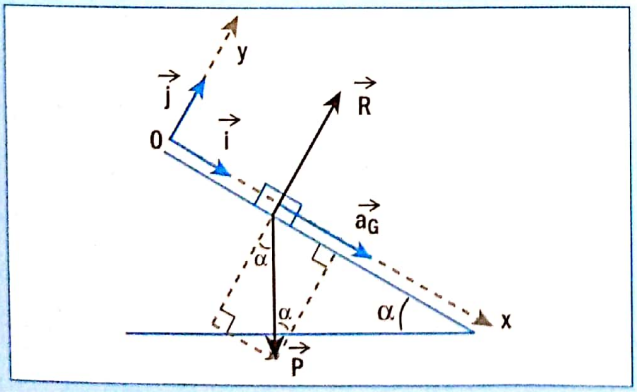


SOLUTION

– Le référentiel est le laboratoire, référentiel galiléen muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$;

– le système étudié est le solide de masse m ;

– le système est soumis à deux forces extérieures, son poids $\vec{P}$ et la réaction du plan $\vec{R}$ perpendiculaire à celui-ci car les frottements sont négligés.



Le mouvement du solide est rectiligne car la trajectoire est une droite parallèle à la ligne de plus grande pente du plan ; donc l'accélération $\vec{a}_G$ est aussi parallèle au plan.

Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$\Sigma \vec{F}_{ex} = m\vec{a}_G \qquad \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

Dans le repère (O, i, j) choisi, on a :

$$\vec{P}\begin{cases} Px = P\sin\alpha \\ Py = P\cos\alpha \end{cases} \qquad \vec{R}\begin{cases} Rx = 0 \\ Ry = R \end{cases} \qquad \vec{a}_G\begin{cases} ax = a_G \\ ay = 0 \end{cases}$$

Projetons : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$ sur ox

On obtient : $+ mg\sin\alpha + 0 = m\,a_G$

$$a_G = g\sin\alpha = cte.$$

Le mouvement est donc uniformément varié.

Si on prend à $t = 0$, $x = x_0 = 0$ et $v = v_0 = 0$, ces équations horaires sont :

$$x = \frac{1}{2}g\sin\alpha\, t^2$$

$$v = g\sin\alpha\, t$$

$$a = g\sin\alpha.$$

Le produit av est positif, le mouvement est accéléré. Le mouvement du solide est rectiligne uniformément accéléré.

Scanné avec CamScanner

3.4 Théorème de l'énergie cinétique

Un solide, en mouvement de translation, a une énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} mv^2$; m = masse du solide ; v = vitesse à l'instant considéré.

Soit $\vec{F} = \Sigma \vec{F}_{ex}$ la somme vectorielle des forces extérieures appliquées au solide. La puissance instantanée de cette force est : $\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{v}$

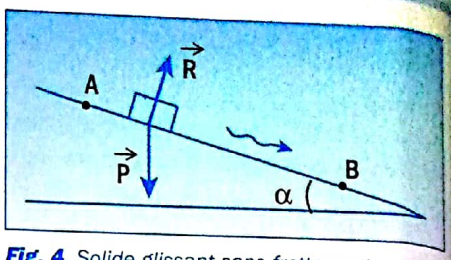


Fig. 4. Solide glissant sans frottement

Si le référentiel d'étude est galiléen, d'après la relation de la dynamique

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt},$$

alors : $\mathcal{P} = m\frac{d\vec{v}}{dt}.\vec{v} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mv^2) = \frac{d}{dt}(E_c)$ car la dérivée de $v^2(t)$ est $2\frac{dv}{dt}.v$.

La puissance est aussi définie par $\mathcal{P} = \frac{dW}{dt}$ dérivée du travail de $\vec{F}$ par rapport au temps.

$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}(E_c)$, donc $W = E_c + cte$.

Lors d'un déplacement de A vers B du solide, pendant la durée Δt, la variation d'énergie cinétique $\Delta E_C = E_{C_B} - E_{C_A}$ correspond au travail $W_{AB}(\vec{F}) = \Delta E_C$ (fig. 4) sur le même déplacement.

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un solide est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures s'exerçant sur le solide pendant la durée de la variation.

$$\Delta E_{C_{(A \to B)}} = E_{C_B} - E_{C_A} = \Sigma W_{AB}(\vec{F})$$

L'essentiel

- Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel le principe de l'inertie est vérifié.
- Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie.
  $\Sigma F_{ex} = ma_G$
- La variation de l'énergie cinétique d'un solide dans un référentiel galiléen est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces extérieures appliquées au solide pendant la durée de cette variation.
  $E_{C_B} - E_{C_A} = \Sigma W_{AB}(\vec{F})$

FICHE MÉTHODE

Mode opératoire pour résoudre un problème de mécanique

■ Avant tout

1. Préciser clairement le système considéré.
2. Choisir le référentiel galiléen.
3. Munir ce référentiel d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
4. Définir un repère des dates.
5. Faire le bilan de toutes les forces extérieures appliquées au système. Faire un schéma.

■ Ensuite, en fonction des questions posées

Soit : appliquer le théorème au centre d'inertie $\Sigma \vec{F}_{ex} = m\vec{a}_G$

Soit : appliquer le théorème de l'énergie cinétique.

Scanné avec CamScanner

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

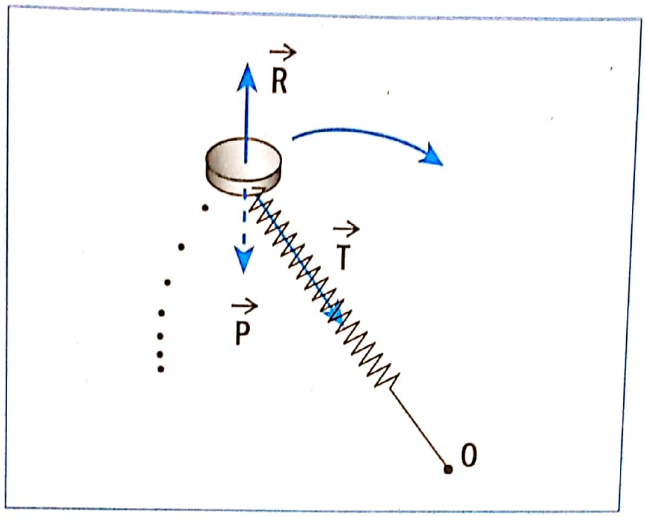
MATÉRIEL :

- *Une table à coussin d'air,*
- *Un mobile autoporteur de masse m,*
- *Un ressort de raideur k,*
- *Un générateur d'impulsion,*
- *Du papier métallisé.*

OBJECTIF

▶ Vérifier expérimentalement la relation $\Sigma \vec{F}_{ex} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

1. Dispositif expérimental



2. Manipulation

Enregistrer le mouvement du centre d'inertie G du mobile de masse m, lié par un ressort de raideur k à un point fixe 0 de la table à coussin d'air horizontale. τ = 20 ms.

3. Exploitation des résultats

- Calculer la tension T = k (l – lo) à l'instant t.
- Représenter la tension T du ressort : échelle 0,1 N pour 1 cm.
- Déterminer graphiquement la variation $\Delta\vec{p} = \vec{p}'' - \vec{p}' = m(\vec{v}'' - \vec{v}')$ de la quantité de mouvement du mobile entre deux dates très proches ($\Delta t = t'' - t' = 4\tau$) encadrant t.
- Vérifier que le vecteur $\Delta\vec{p}$ a même direction et même sens que la force $\vec{T}$ du ressort.
- En admettant que $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \simeq \frac{d\vec{p}}{dt}$ car Δt est petit, vérifier que $\vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.

3.1. Résultats

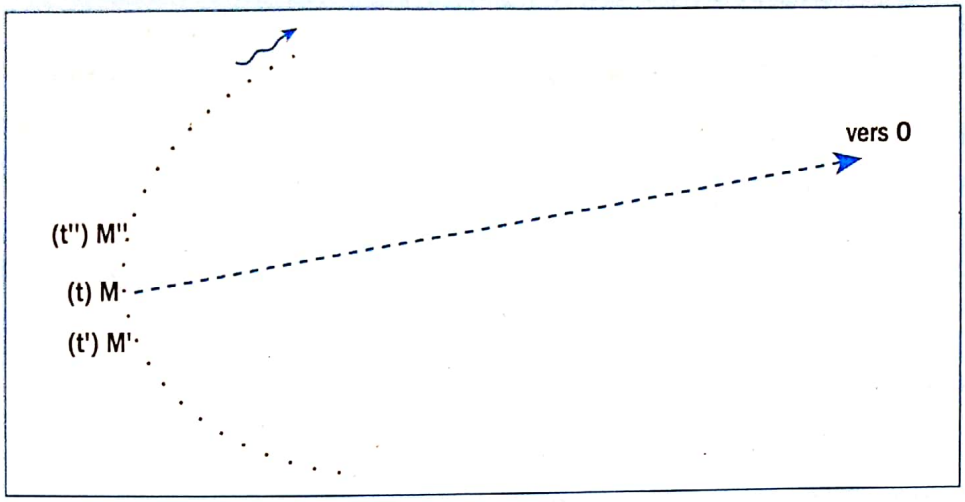
τ = 20 ms ; lo = 30 cm ; l = 50 cm ; k = 3,5 N.m^{-1} ; m = 300 g.

$\|\Delta\vec{v}\|$ = $\|\Delta\vec{p}\| = m\|\Delta\vec{v}\|$ = $\left\|\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\right\|$ = $\|\vec{T}\|$ =

Échelles : 0,1 m.s^{-1} ⟷ 2 cm (vitesse)
0,01 kg. m.s^{-1} ⟷ 1 cm (quantité de mouvement)
0,1 N ⟷ 1 cm

Scanné avec CamScanner

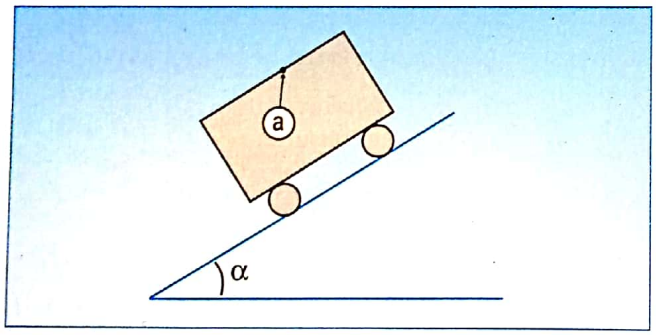
3. 2 Conclusion



EXERCICES

Vérifions nos connaissances

1 On suspend une bille, par l'intermédiaire d'un fil, au plafond d'un wagon de train en mouvement sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.



Représenter les forces extérieures appliquées aux systèmes suivants :
– le wagon,
– la bille.

2 Pour un solide de centre d'inertie G, le théorème du centre d'inertie dans un référentiel galiléen s'écrit :
2.1 $\Sigma \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$
2.2 $\Sigma \vec{F}_{in} = m\vec{a}_G$
2.3 $\Sigma \vec{F}_{ex} = m\vec{a}_G$
2.4 $\Sigma \vec{F}_{ex} = m\vec{v}_G$
Entourer la bonne réponse.

3 La somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide, dans un référentiel galiléen, étant nulle :
a) le solide se met en mouvement,
b) le solide a un mouvement circulaire uniforme,
c) le solide a une accélération constante et non nulle,
d) le solide a un mouvement rectiligne uniforme.
Choisir la bonne réponse.

4 Le centre d'inertie d'un mobile a un mouvement circulaire uniforme. Il est alors soumis à une force $\vec{F}$, somme vectorielle des forces extérieures qui lui sont appliquées. Cette force est :
a) uniquement radiale centrifuge,
b) uniquement radiale centripète,
c) uniquement tangentielle.
Choisir la bonne réponse et justifier.

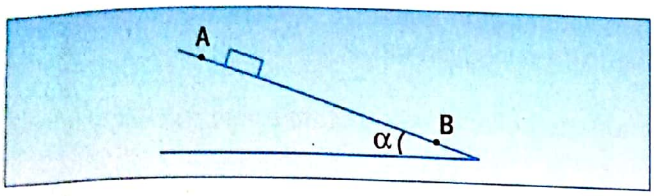
5 Un véhicule en mouvement sur un plan horizontal est soumis à une force de freinage $\vec{f}$ constante, parallèle au plan. La distance de freinage, jusqu'à l'arrêt complet du véhicule, dépend de sa vitesse. Des essais ont montré qu'à une vitesse de 40 km.h^{-1}, la distance de freinage vaut 20 m. Si la vitesse double, la distance de freinage vaut alors :
a) 40 m
b) 60 m
c) 80 m
d) 100 m
Quelle est la bonne réponse ? Justifier.

6 Le solide, de centre d'inertie G, lancé avec une vitesse $v_0 = 2$ m.s^{-1}, aborde un plan incliné qu'il monte en glissant sans frottement. L'angle d'inclinaison du plan par rapport à l'horizontale est $\alpha = 30°$.
6.1 Quelle est la nature du mouvement de G ?
6.2 Calculer la distance parcourue par le solide avant l'arrêt. $g = 9{,}8$ m.s^{-2}.

Scanné avec CamScanner

Appliquons nos connaissances

7 Sur une table à coussin d'air, inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale, on lache d'un point A un palet de masse m = 600 g. On donne $\alpha = 6°$, g = 9,8 m.s^{-2}.

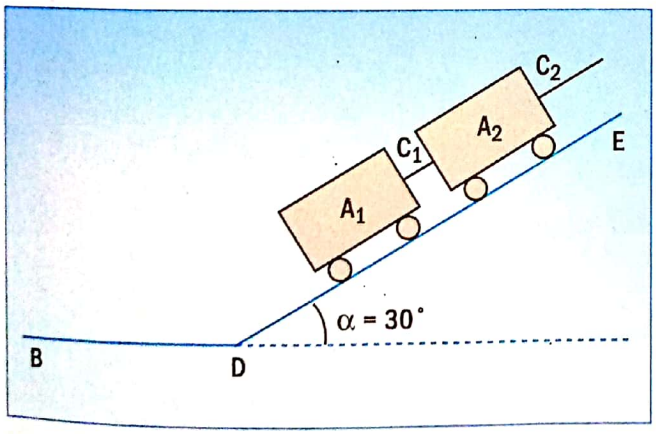


7.1 Les frottements étant négligés :
a) déterminer les caractéristiques du vecteur accélération,
b) préciser la nature du mouvement du palet,
c) calculer la vitesse v du palet en B après un parcours l de 52 cm.

7.2 En fait, la vitesse en B est v' (avec v' = 0,94 m.s^{-1}). En déduire la valeur de la force de frottement $\vec{f}$ constante, parallèle à la table, exercée par celle-ci.

8 On dispose de deux wagonnets identiques A_1 et A_2. Ils peuvent se déplacer sans frottement sur des rails rectilignes. La voie est formée de deux parties : une partie horizontale BD et une partie inclinée DE formant un angle $\alpha = 30°$ avec le plan horizontal. La masse d'un wagonnet est *m* = 200 g. On prendra pour intensité du champ de pesanteur *g* = 10 m.s^{-2}.

8.1 Les deux wagonnets A_1 et A_2 sont reliés par un câble C_1 et placés sur les rails inclinés DE. Le wagonnet A_2 est tiré vers le haut par l'intermédiaire d'un câble C_2 s'enroulant sur un treuil mû par un moteur réglable. Les câbles sont parallèles aux rails et de masse négligeable.
a) Au démarrage, le mouvement de A_1 et A_2 est rectiligne et uniformément accéléré vers le haut. L'accélération est a = 4 m.s^{-2} .



Schématiser A_1, A_2 et les forces extérieures qui leur sont appliquées. Établir l'expression littérale des tensions T_1 et T_2 des câbles C_1 et C_2 en fonction de m, g , a et α. Faire l'application numérique.

b) Le mouvement devient uniforme. Que devient la tension de chaque câble ?

8.2 Les deux wagonnets A_1 et A_2 se déplacent vers le haut sur le plan incliné DE à la vitesse v = 2 m.s^{-1}. Le câble C_1, entre A_1 et A_2, casse. A_2 poursuit son mouvement avec la même vitesse.
a) Décrire le mouvement de A_1 et préciser sa nature. Quel temps met A_1 pour atteindre son altitude maximale ?
b) Le wagonnet A_1 aborde le plan horizontal BD une seconde après avoir atteint son altitude maximale. Avec quelle vitesse A_1 arrive-t-il en D ? On suppose qu'il conserve cette vitesse après le coude D. Quel est son mouvement sur le plan horizontal DB ?

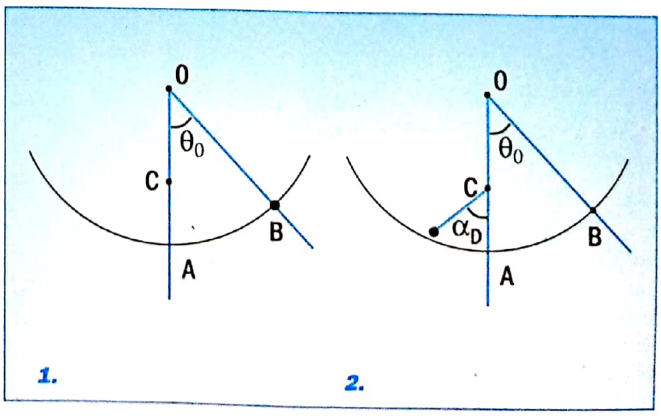
9 Un pendule est constitué d'une masse m = 200 g et d'un fil inextensible de longueur ℓ inextensible. On écarte le pendule, fixé au point O, d'un angle $\theta_0 = 60°$ par rapport à la verticale (fig. 1). On lâche le pendule sans vitesse initiale. On négligera les frottements dans un premier temps. On prendra g = 10 N.kg^{-1}, ℓ = 1 m.

9.1 Déterminer la vitesse V_A de la masse m lors de son passage par la position d'équilibre, en fonction de g, ℓ et θ_0. Calculer cette vitesse.

9.2 Exprimer la tension T_A du fil au passage du pendule à la position d'équilibre en fonction de m, g et θ_0 dans la base de Frenet $(\vec{n}, \vec{\tau})$. Calculer cette tension.

9.3 Au passage à la position d'équilibre, le pendule rencontre un clou C situé à une distance $OC = \frac{OA}{2}$ (fig. 2).
a) Déterminer l'angle α_D dont remonte le pendule en fonction de V_A, g et ℓ puis en fonction de θ_0 uniquement. Calculer cet angle.
b) Déterminer la tension du fil à la position α_D du pendule.

9.4 Le pendule ne remonte qu'à une position $\alpha = 60°$.
a) Y a-t-il conservation de l'énergie mécanique ? Justifier votre réponse.
b) On considère que les forces de frottement sont équivalentes à une force d'intensité constante $\vec{f}$ colinéaire mais de sens opposé à chaque instant au vecteur vitesse $\vec{V}$ de la masse m et appliquée en son centre d'inertie. En utilisant la réponse de la question précédente, déterminer, puis calculer l'intensité de la force de frottement $\vec{f}$.



Scanné avec CamScanner

Document

GALILÉE

Galilée (1564-1642) est professeur de mathématiques à l'université de Padoue au début du XVIIe siècle. Il étudie la cinématique et plus spécialement la chute libre, le lancement d'un projectile. Il possède un atelier où il fabrique des outils mathématiques et est connu comme fabricant d'instruments.

En juillet 1609, se trouvant à Venise, il entend parler d'une lunette hollandaise. S'étant renseigné sur son fonctionnement, de retour à Padoue, il en fabrique une.
Il ne connaît pas le fonctionnement des lunettes, mais insiste beaucoup sur la qualité des lentilles qu'elles utilisent. Plus le polissage de celles-ci est soigné, précis, plus l'image observée est nette.

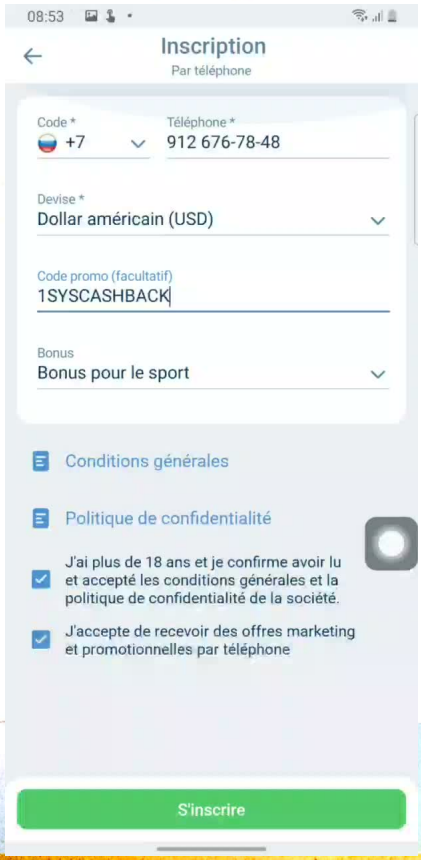
La lunette permet, bien sûr, de montrer des objets terrestres que l'on peut voir par soi-même, mais surtout de montrer d'autres objets qui ne peuvent ni être touchés, ni approchés, ni même perçus à l'œil nu. Cette vision troublera longtemps les esprits avant d'être admise.

Il met en évidence les montagnes de la Lune, les satellites de Jupiter, les taches solaires... et remet en question la vision de l'Univers du moment : « la Terre est immobile, au centre de l'Univers, l'Homme est le centre du Monde. » Il reprend la théorie de Copernic : « Le Soleil est le centre de l'Univers, la Terre et les planètes tournent autour de lui. »

Il détruit ainsi la suprématie de l'Homme et est très mal vu par l'Église, autant catholique que protestante. Il publie ses théories en italien sous forme très souvent pamphlétaire, ce qui est mal apprécié par l'Église catholique et par les savants.

Galilée est très controversé, ses théories gênent, il doit abjurer le 22 juin 1633 après un bref procès. On raconte qu'il frappa alors la terre du pied en murmurant : « Et pourtant elle tourne. »

Il a été réhabilité par l'Église le 31 octobre 1992.



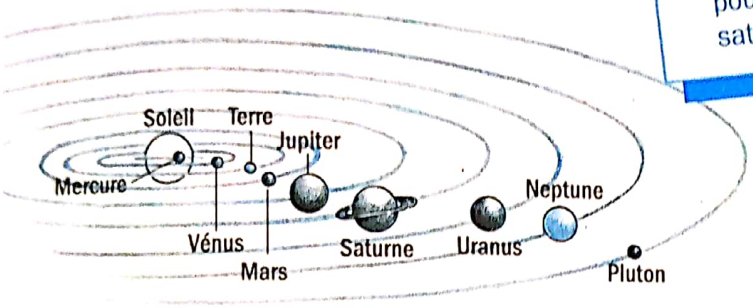
Galilée vers 1610

Scanné avec CamScanner

INTERACTION GRAVITATIONNELLE

OBJECTIFS

- Connaître la loi de la gravitation universelle (loi de Newton).
- Déterminer le champ de gravitation à une altitude z.
- Appliquer le théorème du centre d'inertie $\Sigma \vec{f} = m\vec{a}_G$ à un solide dans un repère géocentrique pour définir le mouvement des satellites autour de la Terre.



Le système solaire est constitué du Soleil autour duquel gravitent neuf planètes – certaines possédant des satellites (ex. Terre, Jupiter) – des astéroïdes et des comètes (ex. : Halley)

- *Quelle est la nature du mouvement des planètes autour du Soleil ?*
- *Quel est le référentiel d'étude du mouvement des planètes ?*
- *Comment appelle-t-on l'interaction entre un corps et un astre ?*
- *Citer les forces à distance que vous avez déjà rencontrées ?*

1 INTERACTION GRAVITATIONNELLE

1.1 Définition

La chute des corps révèle l'existence d'une force d'attraction exercée à distance par la Terre sur ces corps. Les planètes exercent aussi, entre elles, des forces d'attraction à distance. Ces forces d'attraction sont appelées des forces gravitationnelles.

1.2 Loi de gravitation (loi de Newton)

Deux solides ponctuels de masses m_1 et m_2, situés à une distance r l'un de l'autre, s'attirent respectivement avec des forces gravitationnelles de valeurs proportionnelles aux masses et inversement proportionnelles au carré de leur distance :

$$\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1} = -G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}, \qquad \vec{u} = \frac{\vec{AB}}{r}$$ vecteur unitaire. (fig. 1)

$$F_{1/2} = F_{2/1} = F = G\,\frac{m_1 \times m_2}{r^2}.$$

G est la constante de gravitation universelle.

$G = 6{,}67.10^{-11}$ SI
m en **kilogrammes (kg)**
r en **mètres (m)**
F en **newton (N)**

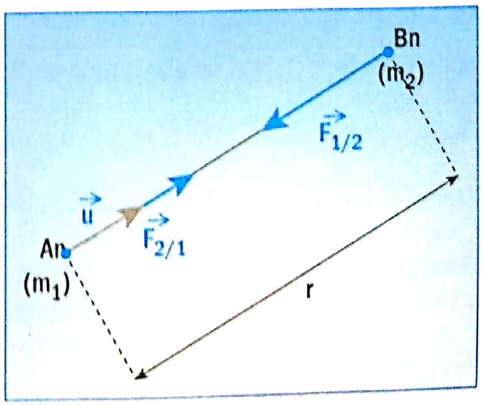


Fig. 1. *Interaction gravitationnelle*

Scanné avec CamScanner

1.3 Interaction entre deux solides à répartition sphérique de masse

Un solide a une répartition sphérique de masse si sa masse volumique ne dépend que de la distance r à son centre de symétrie.

Pour des solides qui présentent une répartition sphérique de masse, nous admettrons que les forces gravitationnelles sont équivalentes aux forces qui s'exercent entre leurs masses concentrées respectivement aux centres d'inertie de chacun de ces solides. Exemples : En première approximation, on considère que le Soleil, les planètes, donc la Terre, sont des solides à répartition sphérique de masse.

EXERCICE D'APPLICATION

Calculer la valeur des forces de gravitation exercées entre le Soleil et la Terre. On donne :
– masse du Soleil
$M_s = 2 \times 10^{30}$ kg
– masse de la Terre
$M_T = 6 \times 10^{24}$ kg
– la distance entre les deux centres d'inertie
$r = 1{,}5.10^{11}$ m
– la constante de gravitation
$G = 6{,}67.10^{-11}$ SI

SOLUTION

$$F = F_{S/T} = F_{T/S} = G \frac{M_s \times M_T}{r^2}$$

$$F = 6{,}67.10^{-11} \times \frac{2.10^{30} \times 6.10^{24}}{(1{,}5.10^{11})^2}$$

$$F = 3{,}6.10^{22} \text{N}.$$

2 CHAMP DE GRAVITATION

2.1 Définition

Le champ de gravitation existe en tout point de l'espace où une masse est soumise à une force gravitationnelle.

Soient deux solides ponctuels de masse M et m situés respectivement en O et en P distants de r.
r = OP représente la distance entre les centres d'inertie des deux corps.

Le solide en P est soumis à la force gravitationnelle.

$$\vec{F} = \vec{F}_{O/P} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u} \text{ (fig. 2)}$$

Le rapport $\frac{\vec{F}}{m} = -\frac{GM}{r^2}\vec{u}$, indépendant de la masse m, est appelé vecteur champ de gravitation en P créé par la masse M.

On le note : $\vec{\mathcal{G}}_{(P)} = -\frac{GM}{r^2}\vec{u}$ et sa valeur est $\mathcal{G} = \frac{GM}{r^2}$

Alors : $\vec{F} = m\,\vec{\mathcal{G}}_{(P)}$. $\mathcal{G}$ s'exprime en $N.kg^{-1}$ ou $m.s^{-2}$

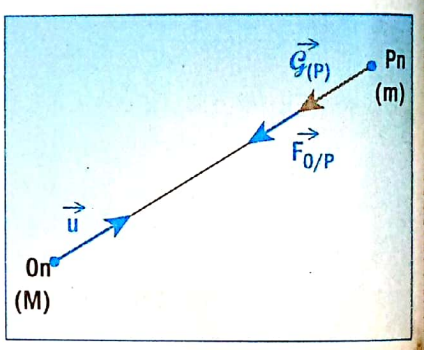


Fig. 2. Vecteur champ de gravitation

Remarque

Le vecteur champ de gravitation créé par un solide à répartition sphérique de masse a la même expression. Il est centripète car dirigé vers le centre O du solide (fig. 3).

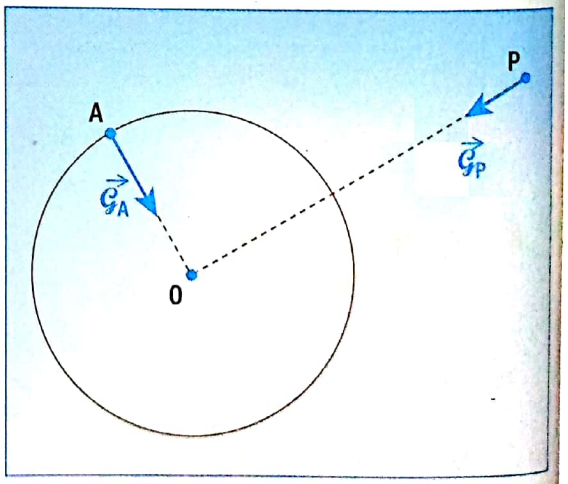


Fig. 3. Champ de gravitation créé par un solide à répartition sphérique de masse

Scanné avec CamScanner

2.2 Champ de gravitation terrestre

2.2.1 Vecteur champ de gravitation terrestre

La Terre, assimilée à une sphère à répartition sphérique de masse M_T et de rayon R_T, crée, dans tout l'espace qui l'entoure, un champ gravitationnel.

– Au niveau du sol, le champ est noté $\mathcal{G}_o$ tel que $\mathcal{G}_o = \frac{G.M_T}{R_T^2}$

– À une altitude h de la Terre, on a : $\mathcal{G}_h$ tel que $\mathcal{G}_h = \frac{G.M_T}{(R_T + h)^2}$ (fig. 4)

En faisant le rapport $\frac{\mathcal{G}_h}{\mathcal{G}_o}$ on obtient : $\mathcal{G}_h = \frac{\mathcal{G}_O R_T^2}{(R_T + h)^2}$

g_h : champ de gravitation créé par la Terre en un point P situé à l'altitude h.

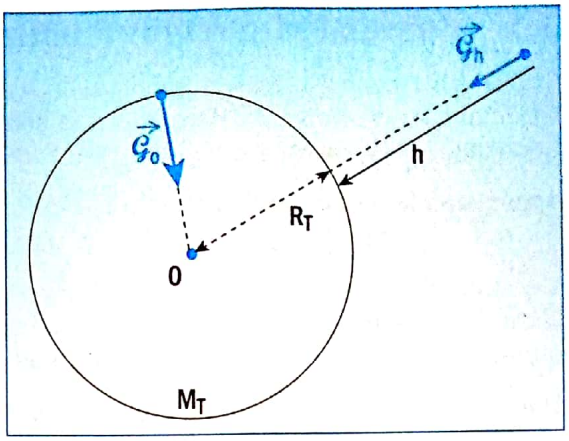


Fig. 4. Champ de gravitation terrestre ($r = R_T + h$)

EXERCICE D'APPLICATION

Calculer la valeur du champ de gravitation terrestre :

1. Au niveau du sol,
2. À l'altitude d'un satellite artificiel géostatique (h = 36.000 km).

Données :

– masse de la Terre	$M_T = 6.10^{24}$ kg
– rayon de la Terre	$R_T = 6{,}4.10^6$ m
– constante de gravitation	$G = 6{,}67.10^{-11}$ SI

SOLUTION

1. h = 0

$\mathcal{G}_o = G\frac{M_T}{R_T^2}$

$\mathcal{G}_o = 6{,}67.10^{-11}\frac{6.10^{24}}{(6{,}4.10^6)^2}$

$\mathcal{G}_o = 9{,}8\ N.kg^{-1}$

2. h = 36 000 km

$\mathcal{G}_h = g_o\frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$

$\mathcal{G}_h = 9{,}8\frac{(6{,}4.10^6)^2}{(6{,}4.10^6 + 36.10^6)^2}$

$\mathcal{G}_h = 0{,}22\ N.kg^{-1}$

2.2.2 Champ de gravitation terrestre – Champ de pesanteur

Nous avons vu, dans les classes antérieures, que, sur tout corps de masse m placé au voisinage de la Terre, s'exerce une force d'attraction de la part de la Terre. Cette force, appelée force de pesanteur, ou poids du corps, s'exprime par $\vec{P} = m\vec{g}$, $\vec{g}$ est le vecteur champ de pesanteur. Il dépend de l'altitude et de la latitude. Sa valeur, à Paris, est environ g = 9, 8 $N.kg^{-1}$. La valeur du champ de gravitation terrestre au sol est environ g_o = 9,8 $N.kg^{-1}$. Nous pouvons donc identifier le champ de pesanteur au champ de gravitation terrestre :

$\vec{g} = \vec{\mathcal{G}}$

De même, le poids d'un corps est assimilable à la force de gravitation créée par la Terre, subie par le corps :
$\vec{P} = \vec{F} = m\vec{g}$

Remarque

En réalité, il existe une légère différence entre les deux champs. Cette différence est due à la rotation de la Terre autour de l'axe des pôles.

3 MOUVEMENTS CIRCULAIRES DES SATELLITES

L'étude du mouvement des satellites s'effectue dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen (fig. 5) p.30. Dans ce référentiel géocentrique, les satellites décrivent des trajectoires elliptiques ou circulaires. Nous nous limiterons à l'étude des satellites ayant une trajectoire circulaire.

Scanné avec CamScanner

3.1 Mouvement circulaire uniforme

Choisissons pour système le satellite, de masse m, dont la trajectoire a un rayon r. Il est soumis à la seule force gravitationnelle $\vec{F} = m\vec{g}$ centripète (fig. 6).

Appliquons le théorème de centre d'inertie.
$\vec{F} = m\vec{a}_G$ donc $\vec{a}_G = \vec{g}$

L'accélération $\vec{a}_G$ du satellite est orientée vers le centre de la Terre. La trajectoire d'un satellite (élliptique ou circulaire) est située dans un plan passant par le centre de la Terre (fig. 7).

Dans la base de Frenet, l'accélération $\vec{a}_G$ est $\vec{a}_G = a_n\vec{n} + a_\tau\vec{\tau}$ (fig.6).
Ici $\vec{a}_G$ a comme composantes : $\begin{cases} a_n = g \\ a_\tau = 0 \end{cases}$

comme $a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0$, on en déduit que la vitesse v du satellite est constante.

Son mouvement est circulaire uniforme.

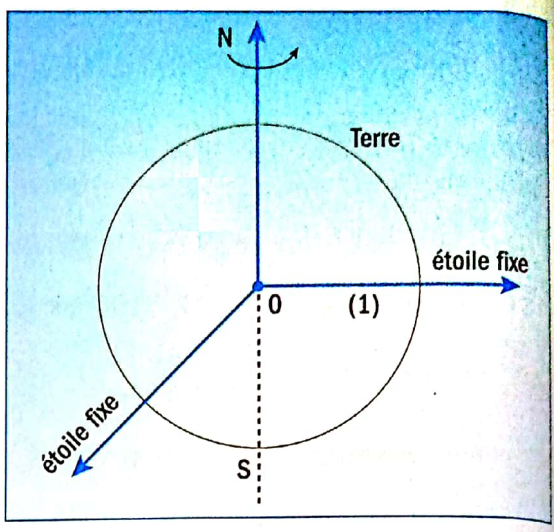


Fig. 5. Repère du référentiel géocentrique

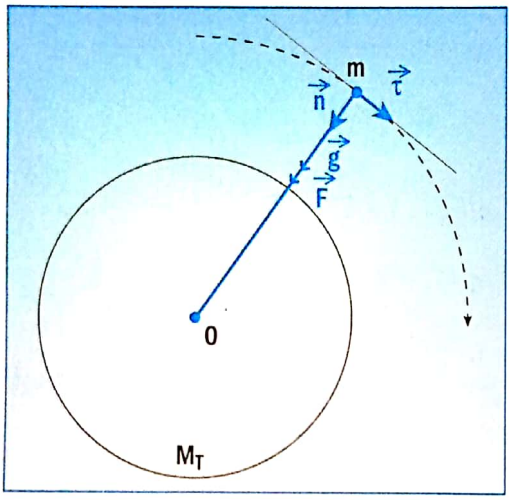


Fig. 6. Mouvement circulaire d'un satellite

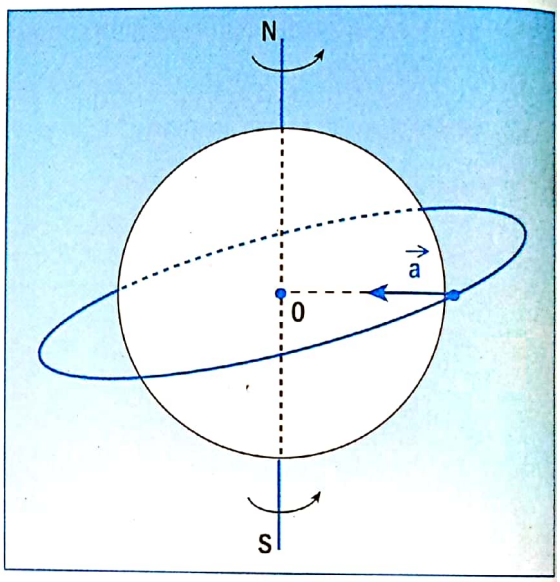


Fig. 7. Satellite dont la trajectoire plane contient le point 0

3.2 Vitesse du satellite

Avec : $a_n = \frac{v^2}{r}$; $g = G\frac{M_T}{r^2}$ et $a_n = g$

On obtient : $v^2 = G\frac{M_T}{r}$

Comme : $r = R_T + h$ (h = altitude et R_T = rayon de la Terre)

Et : $g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2}$ champ de pesanteur au niveau du sol.

On peut exprimer la vitesse sous les formes :

$$v = \sqrt{G.\frac{M_T}{(R_T + h)}} = \sqrt{g_0.\frac{R_T^2}{(R_T + h)}}$$

La vitesse est indépendante de la masse du satellite. Elle n'est fonction que de son altitude.

Remarque

La vitesse angulaire du satellite est donnée par la relation

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{v}{(R_T + h)}$; ω *est en rad.s*$^{-1}$

Scanné avec CamScanner

3.3 Période du mouvement du satellite

Le mouvement du satellite étant uniforme, son équation horaire est $s = vt$ pour :
$s = 2\pi r = 2\pi (R_T + h)$, et $t = T$ = temps d'un tour.

$2\pi (R_T + h) = vT$ et la période est $T = \dfrac{2\pi (R_T + h)}{v}$.

En remplaçant v par : $v = \sqrt{\dfrac{G\ M_T}{(R_T + h)}}$ et $(R_T + h)$ par r, et en élevant au carré, on obtient :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$$

– La période T est indépendante de la masse du satellite. Elle augmente avec l'altitude.

– Le rapport $\dfrac{T^2}{r^3}$ = cte est indépendant de la masse du satellite. Ce rapport constitue la troisième loi de Kepler.

3.4 Satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire reste sur une verticale d'un point de la surface de la Terre. Il est immobile par rapport à la Terre. Il tourne donc dans le même sens et à la même vitesse angulaire que la Terre autour de l'axe des pôles (fig. 8). Le satellite décrit dans le référentiel géocentrique un cercle dans le plan équatorial avec une période de rotation égale à celle de la Terre (T = 86 164 s) et à une altitude d'environ 36 000 km.

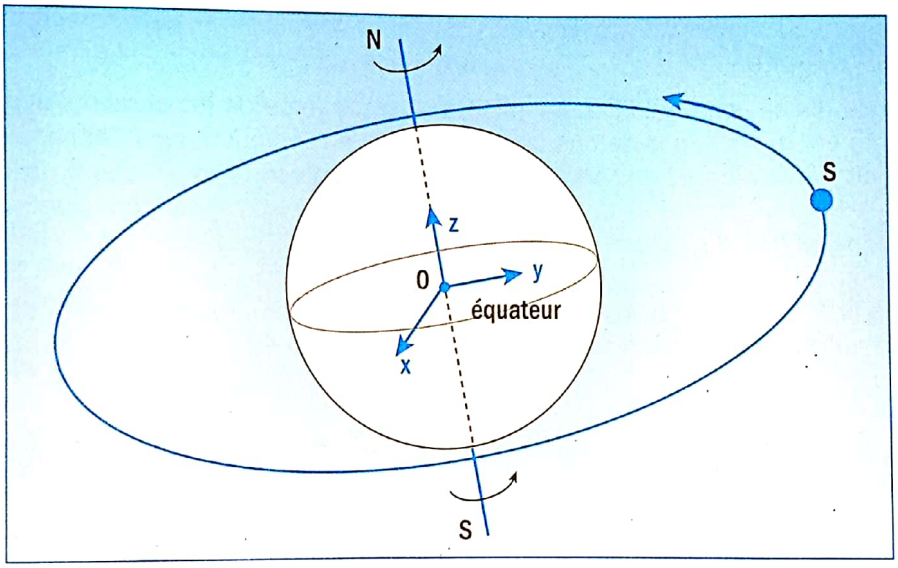


Fig. 8. *La trajectoire d'un satellite géostationnaire est un cercle situé dans le plan équatorial de la Terre. La vitesse angulaire de rotation du satellite autour de l'axe sud-nord est égale à celle de la Terre : le satellite apparaît immobile à un observateur terrestre.*

3.5 Les lois de Kepler

Elles régissent les lois des mouvements des planètes autour du soleil dans le référentiel de Copernic.

Première loi : La trajectoire d'une planète est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers. (La plupart des planètes décrivent des trajectoires quasi circulaires) (fig. 9 p. 32).

Deuxième loi : Le segment de droite joignant le Soleil et les planètes balaie des aires égales pendant des durées égales (fig. 9).

Troisième loi : Pour toutes les planètes, le rapport entre le cube du demi-grand axe a et le carré de la période de révolution T est le même.

$\dfrac{a^3}{T^2} = \dfrac{GM_s}{4\pi^2}$ = cte, où M_s = masse du Soleil et $a = \dfrac{AA'}{2}$ (fig. 9).

Pour une trajectoire circulaire a = r (rayon de la trajectoire), la constante ne dépend pas de la masse des planètes.

Scanné avec CamScanner

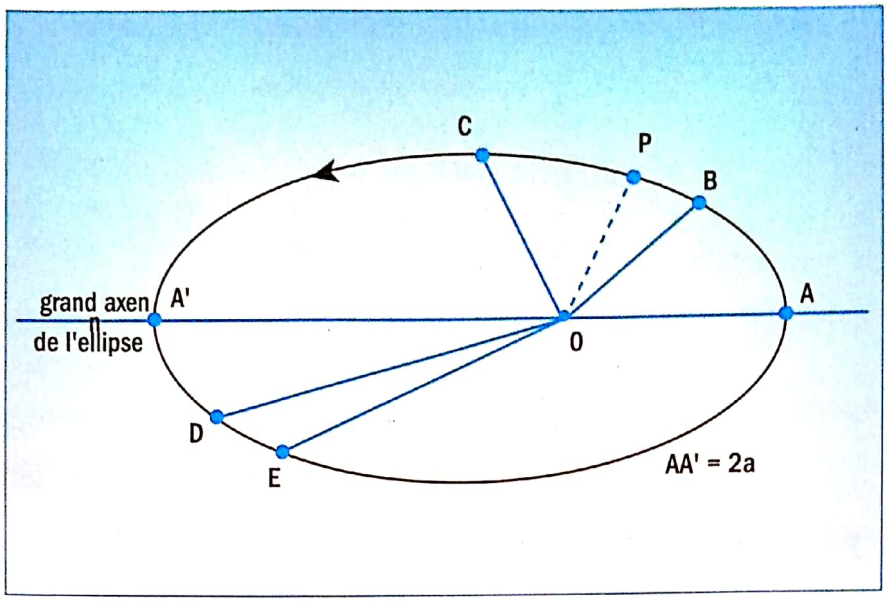


Fig. 9. *Lois de Kepler. La planète P décrit une ellipse dont l'un des foyers est le centre O du Soleil. Si la planète P parcourt les trajets BC et DE en des durées égales, les aires correspondantes balayées par le segment OP sont aussi égales.*

3.6 Notion d'impesanteur

Dans une enceinte de dimensions réduites, soumise à la seule force de gravitation, l'accélération du centre d'inertie de l'enceinte est $\vec{a}_G = \vec{g}$. Considérons un cosmonaute en évolution dans l'espace de sa cabine. Il est soumis à la force de gravitation et, en principe à la réaction de la paroi $\vec{R}$. Dans un référentiel galiléen $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$ $\quad m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{a}_G$, donc $\vec{R} = \vec{0}$. Le cosmonaute n'a besoin d'aucun appui pour rester en équilibre. Il est dit en état d'impesanteur (fig. 10).

On retrouve le même phénomène dans un ascenseur en chute libre. L'impesanteur cesse dès que l'engin considéré est soumis à d'autres forces (frottements, actions des rétrofusées...).

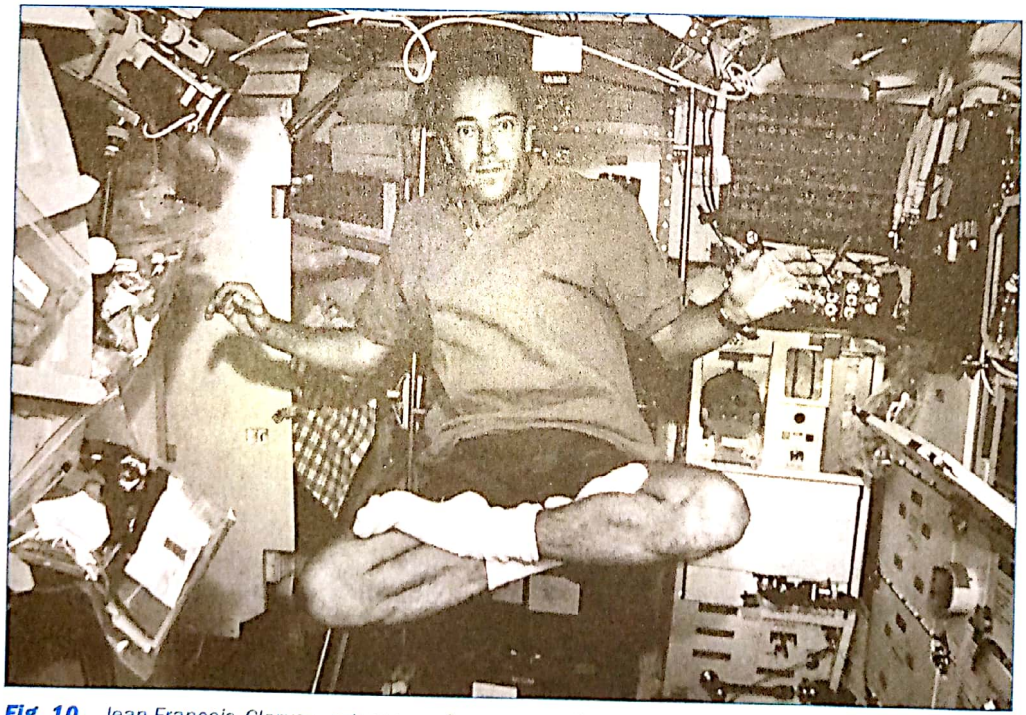


Fig. 10. *Jean-François Clervoy, astronaute français, en état d'impesanteur dans la navette spatiale américaine Atlantis*

Scanné avec CamScanner

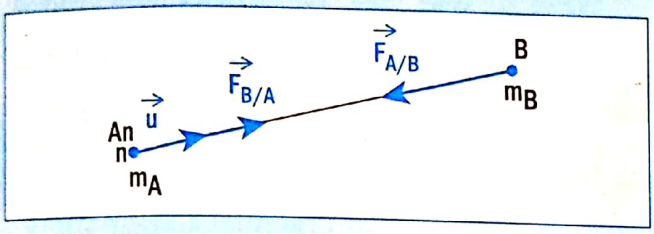
L'essentiel

1 Loi de gravitation universelle

Les forces gravitationnelles sont des forces à distance qui s'exercent entre deux corps. Elles sont dues à la masse de chaque corps.

Ces forces $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ sont opposées et dirigées suivant les droites AB.

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\frac{m_A\, m_B}{r^2}\,\vec{u}$$



$G = 6{,}67.10^{-11}$ SI est la constante de gravitation.

Pour les corps à répartition sphérique de masse, la loi reste valable, la masse du corps étant considérée concentrée en son centre d'inertie.

2 Champ de gravitation terrestre

$\vec{\mathcal{G}}$ est le champ de gravitation créé par une masse ponctuelle M en un point P.

$$\vec{\mathcal{G}}_{(P)} = -G\frac{M}{R^2}\vec{u}$$

Un corps de masse m placé dans ce champ est soumis à la force de gravitation $\vec{F} = m\,\vec{\mathcal{G}}$.

On peut confondre champ de gravitation de la Terre et champ de pesanteur terrestre $\vec{\mathcal{G}} = \vec{g}$.

À l'altitude h, $g = g_0\dfrac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$.

3 Mouvement circulaire des satellites

Le mouvement des satellites dans le référentiel géocentrique est circulaire uniforme.

– le vecteur accélération $\vec{a}$ est centripète $\vec{a} = \vec{g}$,

– la vitesse est constante. Son expression, établie dans la base de Frenet, est $v^2 = \dfrac{GM_T}{r}$,

– la période du mouvement est $T = \dfrac{2\pi r}{v}$,

Un satellite géostationnaire est immobile par rapport à la Terre. Sa période est égale à un jour sidéral, période de la Terre. Sa trajectoire est un cercle dans le plan équatorial.

4 Planètes

Dans le référentiel de Copernic, une planète a une trajectoire quasi circulaire, centrée sur le Soleil. Sa période T et le rayon r de sa trajectoire vérifient la troisième loi de Kepler $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_s}$.

Remarque

La vitesse et la période du mouvement d'un satellite ne dépendent pas de sa masse.

EXERCICES

Données : dans tous les exercices, on prendra :

– masse de la Terre	$M_T = 6{,}0.10^{24}$ kg
– rayon de la Terre	$R_T = 6{,}4.10^{6}$ m
– constante de gravitation	$G = 6{,}67.10^{-11}$ SI.

Vérifions nos connaissances

1 Énoncer la loi de Newton

2 Calculer la valeur de la force de gravitation entre le proton et l'électron dans l'atome d'hydrogène.

On donne :

– masse de l'électron : $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg

– masse du proton : $m_p = 1{,}67.10^{-27}$ kg

– distance séparant le proton de l'électron : $r = 53.10^{-12}$ m

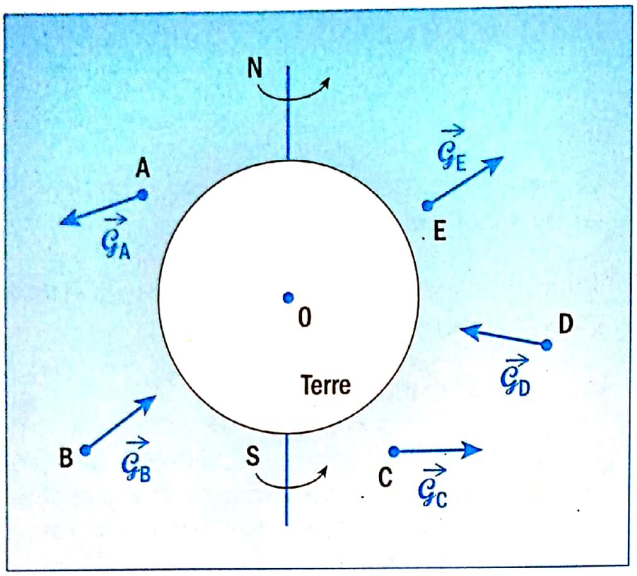
3 Calculer la valeur des forces d'interaction entre la Terre et la Lune distantes de 385.10^3 km. La masse de la Lune étant $m_L = \dfrac{M_T}{81}$

4 Comparer les forces gravitationnelles trouvées dans les questions 2 et 3 à l'échelle microscopique et à l'échelle macroscopique.

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

5 Sur le schéma ci-dessous, indiquer les points pour lesquels le vecteur champ de gravitation est correctement représenté.



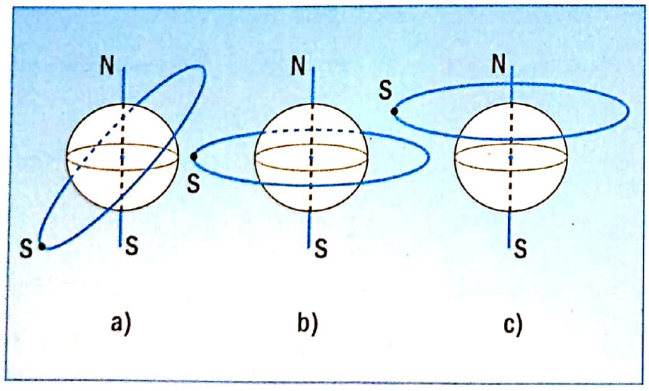
6 Calculer la valeur du champ de gravitation :
– en un point A situé à la surface de la Terre,
– en un point B situé à l'altitude h = 30 km de la Terre.

7 Définir un repère géocentrique.

8 Choisir la bonne réponse.

8.1 La trajectoire d'un satellite artificiel de la Terre est nécessairement :
a) centrée sur le centre de la Terre,
b) dans le plan équatorial,
c) circulaire.

8.2 La bonne représentation de l'orbite d'un satellite s géostationnaire est :



8.3 Dans le référentiel géocentrique, l'accélération d'un satellite est :
a) nulle,
b) un vecteur constant,
c) constante.

8.4 On peut placer, sur la même orbite, deux satellites :
a) de masses différentes,
b) de vitesses différentes,
c) de périodes différentes.

9 Répondre par « vrai » ou « faux » et justifier la réponse :

9.1 À la surface de la Terre, le poids d'un corps est pratiquement égal à la force gravitationnelle exercée sur ce corps.

9.2 Le Soleil étant plus massif que ses planètes, c'est lui qui exerce sur elles les forces d'attraction les plus intenses.

9.3 Deux corps ponctuels exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction proportionnelles à leurs masses et inversement proportionnelles à la distance qui les sépare.

9.4 Deux satellites artificiels, sur des orbites de rayons différents, peuvent tourner avec la même vitesse.

9.5 La période du mouvement d'un satellite ne dépend pas de la masse de celui-ci.

9.6 Le champ de gravitation est nul à l'intérieur d'une enceinte où on a fait le vide.

9.7 Les planètes les plus proches du Soleil ont la plus grande vitesse.

Appliquons nos connaissances

10 Une planète du système solaire appelée Saturne a une masse de $5{,}7.10^{26}$ kg et un rayon de $6{,}04.10^{4}$ km.

10.1 Calculer la valeur du champ de pesanteur à la surface de cette planète.

10.2 À quelle altitude h le champ de pesanteur de Saturne est-il égal à la moitié de celui qui règne à sa surface ?

11 Calculer la valeur du champ de gravitation créé par la Lune en un point de sa surface.

11.2 Comparer la valeur de ce champ à celle du champ créé par la Terre en un point de sa surface.

11.3 Un astronaute et son équipement, pesant 150 kg, se déplacent sur la Lune. Il est soumis à des forces gravitationnelles dues à la Terre et à la Lune. Comparer les valeurs de ces forces.

Données :
– masse de la Lune $m_L = 7{,}3.10^{22}$ kg
– rayon de la Lune $r_L = 1{,}74.10^{3}$ km
– distance Terre-Lune $D = 380.10^{3}$ km

La Terre et la Lune sont supposées à répartition sphérique de masse et on néglige le rayon de la Lune devant la distance Terre-Lune (D).

Scanné avec CamScanner

12 On suppose que la Terre possède une répartition sphérique de masse.

12.1 Établir l'expression du champ de gravitation g de la Terre à l'altitude z en fonction de G, M_T, R_T et z.

12.2 Montrer qu'à l'altitude z le champ de gravitation g est donné par la relation :

$g = g_o \frac{R_T^2}{(R_T + z)^2}$, avec g_o = champ de gravitation au sol.

12.3 On place, à l'aide d'une fusée, un satellite assimilable à un point matériel de masse m, sur une orbite circulaire à l'altitude z.

a) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

b) Établir l'expression de la vitesse du satellite en fonction de g_o, du rayon de la Terre R_T et de l'altitude z. Calculer la valeur de la vitesse du satellite pour $z = 10^3$ km.

c) Quelle est la période de révolution de ce satellite ?

12.4 Un satellite géostationnaire reste constamment à la verticale d'un même point de la surface de la Terre.

a) Quelle est la période d'un tel satellite ?

b) Montrer que son orbite est nécessairement contenue dans le plan de l'équateur.

c) Exprimer l'altitude du satellite en fonction de la période T, du champ g_o et du rayon R_T de la Terre. Calculer la valeur de l'altitude du satellite.

13 Un satellite artificiel est placé sur une orbite circulaire de rayon r dans un plan équatorial. La Terre est assimilée à une sphère de rayon R = 6 400 km.

13.1 À partir de la loi d'attraction universelle, établir l'expression de l'accélération g de la pesanteur à l'altitude h du satellite, en fonction de celle existant au sol, notée g_o, de h et de R. On envisagera le cas général, puis le cas particulier ou $h \leqslant R$. Le poids du satellite au sol étant exactement $P_o = 2000N$, que vaut-il aux altitudes $h_1 = 160$ km, $h_2 = R$, $h_3 = 3R$?

13.2 Exprimer, en fonction de R, h et g_o, la période de révolution du satellite à l'altitude h (repère lié aux étoiles). L'exprimer ensuite en fonction de la période To d'un satellite fictif qui graviterait sur l'orbite h = 0.

13.3 Application numérique

On donne : $T_o = 1$ h 24 min 35 s.

Calculer : T_1, T_2, T_3.

Calculer : g_o au sol ainsi que la masse du satellite.

14 On considère, dans un référentiel géocentrique, un satellite S de masse m gravitant autour de la Terre d'un mouvement uniforme sur une orbite supposée circulaire de rayon r et située dans un plan sensiblement équatorial.

14.1 On utilisera la valeur g_o de l'intensité de la pesanteur sur la Terre supposée sphérique, de rayon R et de masse M. En utilisant la loi d'attraction universelle, exprimer la vitesse angulaire ω_s de S en fonction de r, g_o et R.

14.2 Application numérique : calculer ω_s ainsi que la période T_s avec les valeurs approchées suivantes :

$R = 6{,}40.10^6$ m ; $g_o = 9{,}81$ N.kg ; $r = 3{,}85.10^8$ m (résultats avec trois chiffres significatifs).

14.3 Compte tenu de la vitesse angulaire de rotation de la Terre sur elle-même que l'on calculera, verra-t-on, de la Terre, le satellite S se déplacer vers l'Est ou vers l'Ouest ? Justifiez votre réponse.

14.4 Calculer l'accélération « a » subie par le satellite dans son mouvement orbital. En déduire la masse du satellite m si la force attractive terrestre F vaut environ 2.10^{20} N.

14.5 Connaissiez-vous déjà ce satellite par d'autres sources d'informations (presse, télévision, etc.) ?

Réponses :

$\omega_s = 2{,}65\ \omega^{-6}$ rad.s^{-1} $T = 2{,}37.10^6$ s $\omega_T = 7{,}27$ rad.s^{-1} vers l'Ouest

$a = 2{,}71.10^{-3}$ m.s^{-2} $m = 7{,}38.10^{22}$ kg la Lune

15 Données : R (rayon de la Terre) = 6 380 km

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ SI

15.1 Météosat est un satellite artificiel, de masse m, qui tourne autour de la Terre, sur une orbite circulaire, à l'altitude $z = 35{,}8 \times 10^3$ km.

Quelles sont les caractéristiques de la force gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par la Terre sur ce satellite ? Donner son expression en fonction de z (altitude), m (masse du satellite), M_T (masse de la Terre), R (rayon de la Terre) et G (constante de gravitation).

15.2 En déduire que le mouvement du satellite est uniforme. Préciser le référentiel d'étude. Exprimer la vitesse v du satellite sur son orbite.

15.3 Donner l'expression de la période T de révolution du satellite en fonction de G, M_T et r (rayon de l'orbite du satellite).

Montrer que $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante pour tous les satellites de la Terre : c'est la troisième loi de Kepler.

15.4 La Lune tourne autour de la Terre sur une orbite circulaire de rayon r = 385 280 km. Sa période de révolution est de 27 jours $\frac{1}{3}$

Utiliser la troisième loi de Kepler pour calculer la masse de la Terre.

15.5 On considère maintenant un satellite géostationnaire.

a) Quelle est la particularité de ce satellite ?

b) Exprimer l'altitude z à laquelle évolue un tel satellite puis la calculer. Que peut-on dire de Météosat ?

Scanné avec CamScanner

Document

TRAJECTOIRES DES PLANÈTES

Kepler, après avoir découvert en 1618 que les planètes décrivaient des ellipses autour du Soleil, admit, comme Copernic, que ces trajectoires étaient dues à une force attractive émanant du Soleil, ce qui posait un nouveau problème : si une planète est attirée par le Soleil, pourquoi ne vient-elle pas tomber dessus, à la manière de deux aimants qu'on a laissés un peu trop près l'un de l'autre ?

C'est Newton qui apporta la réponse en 1687 : par rapport à la ligne droite qu'elle devrait suivre selon le principe d'inertie qu'il avait lui-même formulé, toute planète tombe sans cesse vers le Soleil, mais elle tombe en rond, si l'on peut dire. Pour décrire ce processus, Newton créa le calcul infinitésimal, lequel fut inventé en même temps et indépendamment par Leibnitz sous le nom de calcul différentiel et intégral.

À partir des lois de Kepler, en généralisant, Newton énonça la loi de l'attraction universelle. Durant l'été 1665, il retourna chez sa mère. C'est là que, assis dans le jardin, sous un pommier, il lui serait soudainement apparu, selon la légende, que la Lune devait obéir à la même loi que la pomme qui tombe sur le sol : celle de la gravité. En 1665, sa réflexion sur la gravitation est encore loin de son aboutissement. Quand, bien plus tard, on lui demanda comment il avait trouvé les lois sur la gravitation universelle, il répond simplement :
« En y réfléchissant constamment. » Enfin, l'image de la pomme est elle-même douteuse. Citée par Newton dans ses vieux jours, elle apparaît davantage comme un élément pédagogique que comme expression d'un miracle scientifique. Si on ajoute à cette loi le principe fondamental de la dynamique, également énoncé par Newton, on a les bases de ce qui allait devenir la mécanique céleste.

Newton chercha par le calcul infinitésimal quelles orbites pouvaient décrire des astres soumis à la loi de la gravitation. Cette recherche posait des problèmes mathématiques ardus. Aussi Newton commença-t-il par étudier le cas de deux corps isolés dans l'espace, cas relativement simple à résoudre. Après de longues recherches, il prouva que, selon leurs vitesses initiales réciproques, ces corps décrivaient obligatoirement une conique : ellipse, parabole ou hyperbole. Il venait de montrer qu'il existait d'autres orbites que l'ellipse des trajectoires de Kepler.

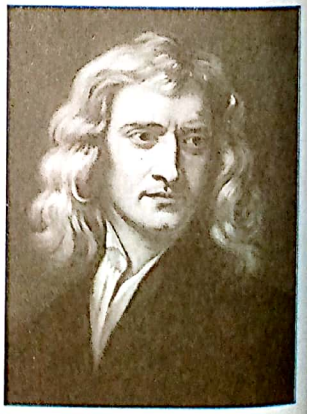
Puis Newton s'attaqua au problème des trois corps : étant donné trois astres de masses comparables, quelles orbites décrivent-ils les uns par rapport aux autres ? Mais cette fois, l'analyse mathématique ne lui permit pas de résoudre le problème.

Un siècle plus tard, Laplace et Lagrange, laissant de côté le cas général, obtenaient une solution pour un cas particulier : le cas de plusieurs corps de masse faible devant celle d'un corps principal, avec des orbites coplanaires et peu excentriques donc proches du cercle : c'est le cas du système solaire.
La méthode employée consiste à admettre, comme première approximation, l'orbite simple que l'on obtiendrait en ne considérant, par exemple, que telle planète et le Soleil. Puis on calcule les perturbations produites par l'attraction des autres planètes, perturbations faibles dans ce cas.

La stabilité du système solaire dans son ensemble semblait désormais bien établie. Or, depuis une dizaine d'années, les résultats montrent qu'il n'en est rien : le mouvement des planètes, Mercure, Vénus, Terre et Mars, est chaotique à très long terme (5 millions d'années). Par exemple, une incertitude de 15 m sur la position du centre de la terre devient 1,5 km au bout de 10 millions d'années et passe à 150 millions de kilomètres au bout de 100 millions d'années...

On constate cependant que les grosses planètes, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune, restent stables.
En revanche, l'orbite de Mercure pourrait un jour couper celle de Vénus. Mais il faut rester prudent : l'incertitude est telle que toute prédiction à ce stade est impossible.

(D'après *Science et Vie* : hors-série n° 13, février 1993 et décembre 1998)



Newton Isaac (1642-1727). Mathématicien et physicien de génie, fondateur de la mécanique classique, appelée souvent mécanique newtonienne

Scanné avec CamScanner

MOUVEMENTS DANS UN CHAMP UNIFORME

Un feu d'artifice

OBJECTIFS

- Déterminer les équations du mouvement d'un solide dans un champ de pesanteur.
- Déterminer le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.

- *Quelle est la nature de la trajectoire du projectile ?*
- *Dans quel champ le projectile se trouve-t-il ?*

1 MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS LE CHAMP DE PESANTEUR UNIFORME

Au voisinage de la Terre, pour une faible variation d'altitude et de latitude, le champ de pesanteur $\vec{g}$ peut être considéré comme constant. Dans le champ de pesanteur $\vec{g}$, considéré localement comme uniforme, un projectile de masse m est lancé d'un point O avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale (fig. 1). Étudions le mouvement du centre d'inertie G du projectile. La résistance de l'air est négligeable.

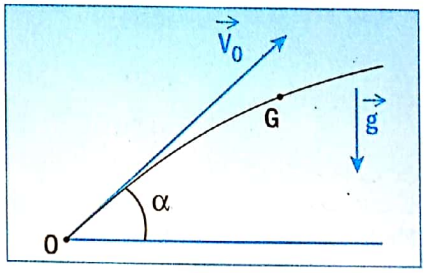


Fig. 1. Mouvement d'un projectile de centre d'inertie G

1.1 Étude dynamique

– **Choix du système** : le projectile de masse m

– **Choix du référentiel** : le référentiel terrestre (galiléen)

– **Choix du repère** : le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ orthonormé direct du référentiel terrestre (fig. 2)

– **Bilan des forces** : le projectile est soumis à la seule force constante qui est le poids $\vec{P} = m\vec{g}$

– **Appliquons le théorème du centre d'inertie**

$\Sigma\vec{F}_{ex} = m\vec{a}_G$

$m\vec{g} = m\vec{a}_G$ d'où : $\vec{a}_G = \vec{g}$

$\vec{a}_G$ et $\vec{g}$ ont même direction et même sens.

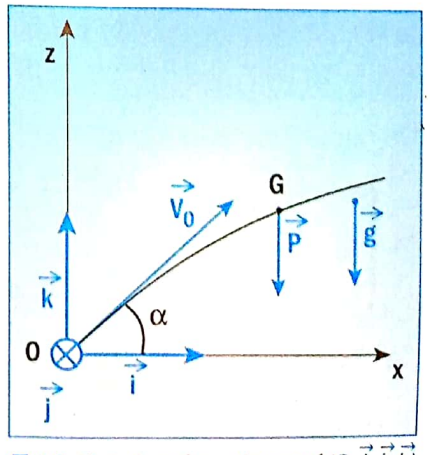


Fig. 2. Choix du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Scanné avec CamScanner

1.2 Étude cinématique

$\vec{a}_G = \vec{g}$

Considérons les conditions initiales à l'instant de date t = 0, le centre d'inertie G est en G_0 et la vitesse est $\vec{V}_0$.

À l'instant de date t, on aura :

$$\vec{V} = \vec{g}t + \vec{V}_0$$

$$\vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{V}_0 t + \vec{OG}_0$$

1.2.1 Équations horaires du mouvement

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, choisissons les axes Ox et Oz tels que la vitesse $\vec{V}_0$ à t = 0 appartient au plan (xOz) et l'origine O coïncide avec la position G_0 du projectile (fig. 2). Par projection sur les axes Ox, Oy et Oz du repère, on obtient :

$$\vec{a}_G = \vec{g} \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{cases} \qquad \vec{V} \begin{cases} \dot{x} = V_0 \cos\alpha \\ \dot{y} = 0 \\ \dot{z} = -gt + V_0 \sin\alpha \end{cases}$$

Et : $\vec{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos\alpha\, t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\alpha\, t \end{cases}$

Le mouvement du centre d'inertie du projectile apparaît comme une combinaison :
– d'un mouvement rectiligne uniforme selon l'axe horizontal Ox,
– d'un mouvement rectiligne uniformément varié selon l'axe vertical Oz.

1.2.2 Étude de la trajectoire

La trajectoire

y = 0 quel que soit t, la trajectoire est plane dans le plan (xOz) contenant la vitesse $\vec{V}_0$. Éliminons la variable temps t entre les équations horaires de x et de z.

$x = V_0 \cos\alpha\, t$ on a $t = \dfrac{x}{V_0 \cos\alpha}$ pour $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$

on obtient : $z = -\dfrac{1}{2}\dfrac{g}{V_0^2 \cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$

g, V_0 et α étant constants, z est de la forme $z = Ax^2 + Bx$. z est l'équation d'une parabole située dans le plan de tir (xOz) et dont la concavité est tournée vers le bas (fig. 3).

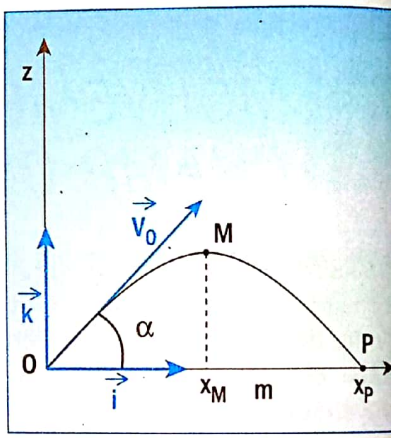


Fig. 3. Trajectoire parabolique

La flèche

Au sommet M de la trajectoire, l'altitude maximale atteinte par le projectile est appelée flèche. En ce point M la vitesse suivant l'axe Oz est nulle.

$v_z = \dot{z}_M = -gt + V_0 \sin\alpha = 0$ d'où $t = \dfrac{V_0 \sin\alpha}{g}$

On remplace t dans x(t) et z(t)

$$M \begin{cases} x_M = V_0 \cos\alpha \times \dfrac{V_0 \sin\alpha}{g} = \dfrac{V_0^2 \sin 2\alpha}{2g} \\ z_M = -\dfrac{1}{2}g\dfrac{V_0^2 \sin^2\alpha}{g^2} + V_0 \sin\alpha \times \dfrac{V_0 \sin\alpha}{g} = \dfrac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \end{cases}$$

La flèche vaut : $h = \dfrac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

Remarque

La flèche est maximale pour $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ rad (tir vertical).

Scanné avec CamScanner

La portée

La portée horizontale est la distance OP, P étant le point d'impact du projectile sur le plan horizontal passant par le point de départ O (fig. 3).

Au point P, $z_P = 0$ donc $-\frac{1}{2}\frac{g}{V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2_P + x_P \tan \alpha = 0$

Et : $x_P \left(-\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha} x_P + \tan \alpha\right) = 0$

La solution $x_P = 0 = x_0$ correspond au point de lancement O du projectile.

Donc la portée : $x_P = \frac{2 V_0^2 \cos^2 \alpha \tan \alpha}{g} = \frac{2 V_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$

$$x_P = d = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Remarques

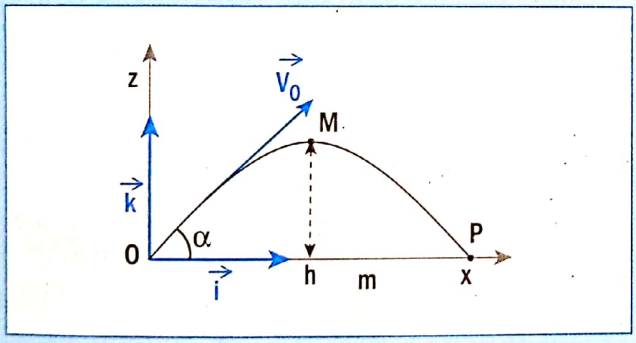
- *La portée étant symétrique par rapport à l'axe vertical passant par le sommet, $x_P = d = 2x_M$.*
- *La portée est maximale pour $\sin 2\alpha = 1$ soit $\alpha = \frac{\pi}{4}$ rad alors $d_{max} = \frac{V_0^2}{g}$.*

EXERCICE D'APPLICATION

Un projectile est lancé dans le champ de pesanteur avec une vitesse $V_0 = 200$ m.s^{-1}. Le vecteur vitesse $\vec{V_0}$ fait un angle $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale.
Calculer, pour une portée horizontale d = 2 500 m :

1. La flèche.
2. La durée du tir, l'impact se produisant au point P sur le sol horizontal (voir figure ci-contre).
3. La vitesse du projectile au point d'impact.

On prendra g = 9,8 m.s^{-2}.



SOLUTION

1. La flèche vaut $h = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

$$h = \frac{200^2 \times \sin^2 20}{2 \times 9{,}8} = 238{,}7 \text{ m}$$

2. La durée du tir

Les équations horaires du mouvement sont :

$$\begin{cases} x = V_0 \cos \alpha \, t \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 \sin \alpha \, t. \end{cases}$$

Au point d'impact au sol $z_P = 0$

$$0 = t\left(-\frac{1}{2} g t + V_0 \sin \alpha\right)$$

t = o est l'origine des dates,

d'où : $t_P = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$

$$t_P = \frac{2 \times 200 \times \sin 20}{9{,}8} = 13{,}96$$

$t_P \simeq 14$ s

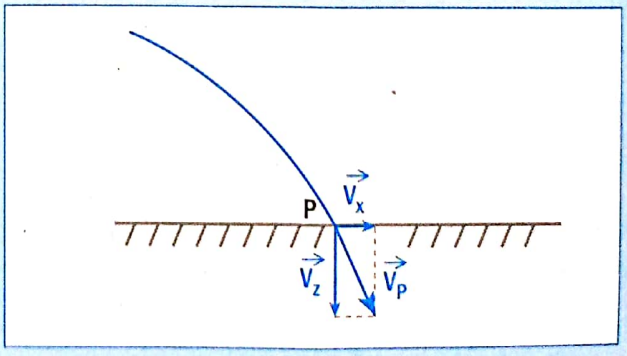
3. Vitesse au point d'impact au sol.

On remplace t par l'expression de t_P dans $\dot{z}(t)$. Les coordonnées de V_P sont :

$$V_P \begin{cases} \dot{x}_P = V_0 \cos \alpha \\ \dot{z}_P = -V_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$V_P = \sqrt{\dot{x}_P^2 + \dot{z}_7^2}$$

$$V_P = 200 \text{ m.s}^{-1}$$



Scanné avec CamScanner

1.2.3 Cas particuliers

– Pour $\vec{V_0} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2} gt^2 \end{cases}$$

C'est l'équation d'un mouvement de chute libre sans vitesse initiale. La trajectoire est verticale et le mouvement est rectiligne uniformément accéléré (fig. 4).

– Pour $\vec{V_0}$ verticale $(\alpha = \frac{\pi}{2}$ rad) $\vec{V_0}$ est parallèle à $\vec{g}$.

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2} gt^2 + V_0 t \end{cases}$$

Le mouvement est rectiligne, uniformément varié selon la verticale. (fig. 4)

– Pour $\vec{V_0}$ horizontale ($\alpha = 0$ rad)

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0 t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2} gt^2 \end{cases}$$

La trajectoire est une parabole d'équation $z = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2}$ (fig. 5).

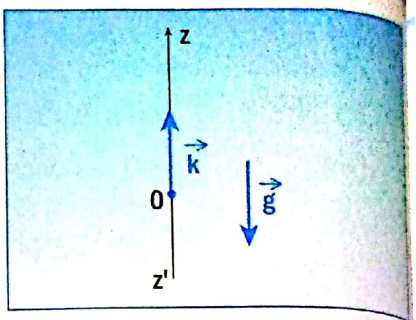


Fig. 4. Mouvement de chute libre, l'axe Oz orienté vers le haut

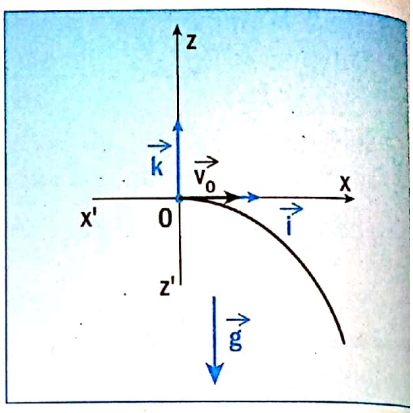


Fig. 5. Arc de parabole

1.3 Étude énergétique

Le projectile, dans le champ de pesanteur, n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$. Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à un projectile qui se déplace d'un point A (côte z_A) vers un point B (côte z_B) (fig. 6).

$$\Delta Ec_{AB} = W_{AB}(\vec{P}) \qquad W_{\vec{P}(AB)}$$

$$\frac{1}{2} mV_B^2 - \frac{1}{2} mV_A^2 = mg(z_A - z_B)$$

$$\frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B = \frac{1}{2} mV_A^2 + mgz_A$$

Soit : $Ec_B + Ep_B = Ec_A + Ep_A$

Ou : $EM_A = EM_B$.

Cette équation traduit la conservation de l'énergie mécanique si on suppose l'absence de frottement. Le projectile, dans le champ de pesanteur, constitue un système conservatif.

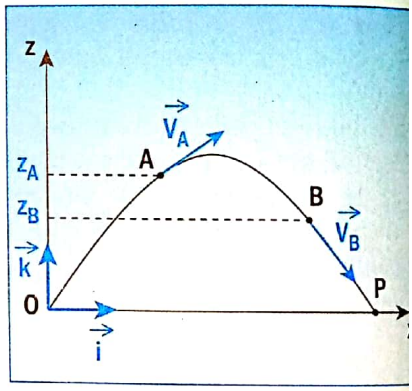


Fig. 6. Conservation de l'énergie mécanique du système (projectile + Terre)

2 MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP ÉLECTROSTATIQUE UNIFORME

2.1 Étude expérimentale

Avec le dispositif expérimental (fig. 7), visualisons la trajectoire d'un faisceau électronique dans une ampoule où règne un vide poussé. La trajectoire rectiligne du faisceau, en l'absence de champ électrostatique, s'incurve quand on applique une tension entre les deux plaques parallèles.

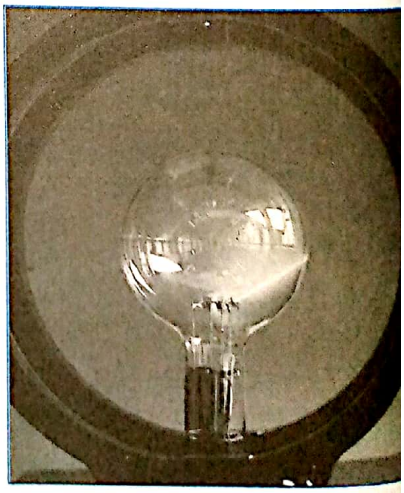


Fig. 7. Dispositif expérimental pour l'étude de la déviation d'un faisceau d'électrons par un champ électrique uniforme ★

Scanné avec CamScanner

2.2 Rappel : champ et force électrostatique

2.2.1 Force électrique

Une particule, de masse m et de charge q, placée en un point où règne un champ électrostatique $\vec{E}$, est soumise à la force électrostatique $\vec{F_e} = q\vec{E}$. Son intensité est $F_e = |q| E$ avec F en newton, q en coulomb et E en $V.m^{-1}$.
La force électrique $\vec{F_e}$ a la même direction que le champ électrique $\vec{E}$ et son sens dépend du signe de la charge q (fig. 8).

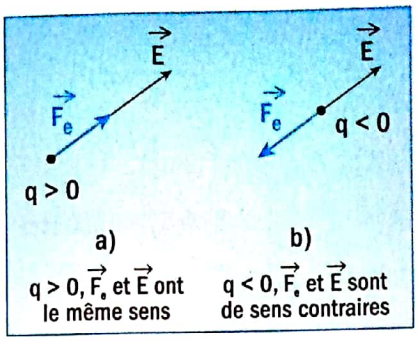


Fig. 8. Force électrique

Remarque
Le poids d'une particule chargée est toujours négligeable par rapport à la force électrique (voir application).

EXERCICE D'APPLICATION

Un électron se déplace dans un espace où règnent à la fois un champ électrique $\vec{E}$ et le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$.
On donne : $E = 5.10^4\ V.m^{-1}$; $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$
charge de l'électron : $q = -e = -1{,}6.10^{-19}\ C$
masse de l'électron : $m = 9{,}1.10^{-31}\ kg$

1. Calculer la valeur de la force électrique $\vec{F_e}$ et celle du poids de l'électron dans chaque champ.

2. Conclure.

SOLUTION

1. Dans le champ électrique, l'électron est soumis à la force électrique $\vec{F_e} = q\vec{E}$

$F_e = |q| E$
$F_e = 1{,}6.10^{-19} \times 5.10^4 = 8{,}0.10^{-15}\ N$

Le poids de l'électron vaut :

$\vec{P} = m\vec{g}$
$P = mg$
$P = 9{,}1.10^{-31} \times 9{,}8 = 8{,}9.10^{-30}\ N$

2. $\frac{F_e}{P} = \frac{8{,}0.10^{-15}}{8{,}9.10^{-30}} \simeq 9.10^{14}$

on a $F_e = 9.10^{14}\ P$

Donc le poids est négligeable devant la force électrique.

2.2.2 Champ électrostatique

Le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ est uniforme dans un condensateur plan (fig. 9). Il est orthogonal aux plaques et son sens est celui des potentiels décroissants. La différence de potentiel entre deux points A et B d'un tel champ est donnée par la relation : $V_A - V_B = U_{AB} = \vec{E}.\vec{AB}$

Si A et B appartiennent aux armatures, en posant $V_A - V_B = U_{AB} = U$ et d = AB, la distance entre les armatures, la valeur du champ E est :

$E = \frac{U}{d}$ U en **Volt (V)**
d en **mètre (m)**
E en **volt par mètre ($V.m^{-1}$)**

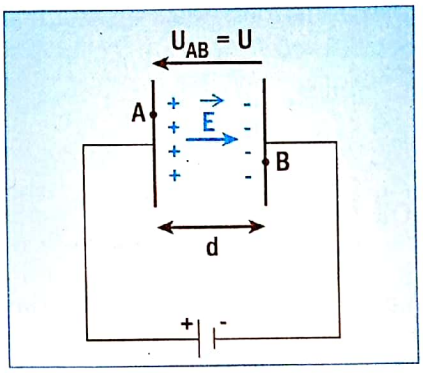


Fig. 9. Champ électrostatique uniforme

2.3 Étude dynamique

Une particule de masse m, de charge q > 0, pénètre en un point O dans une région où règne un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ avec une vitesse $\vec{V_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale (fig. 10).
Choisissons pour système la particule. Dans le référentiel galiléen du laboratoire, la particule est soumise à la force électrique $\vec{F_e} = q\vec{E}$ (le poids est négligé devant $\vec{F_e}$).
Appliquons le théorème du centre d'inertie au système.
$\vec{F_e} = m\vec{a} = q\vec{E}$

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = cte$$

La charge q, la masse m et le vecteur champ électrique $\vec{E}$ sont constants, donc l'accélération $\vec{a}$ est constante.

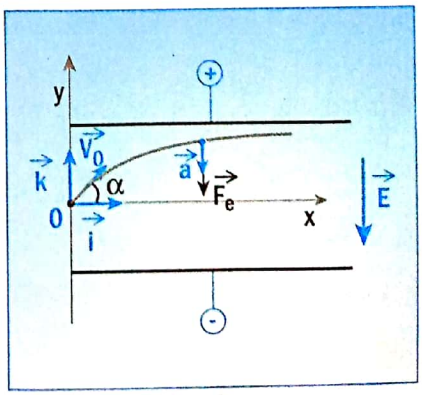


Fig. 10. q > 0, $\vec{a}$ et $\vec{E}$ sont de même sens

Scanné avec CamScanner

Sa valeur est $a = \frac{|q|E}{m}$

Remarque

Il faut faire attention au signe de la charge q dans l'étude des caractéristiques de l'accélération.

2.4 Étude cinématique

$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = cte$

– À l'instant initial t = 0, le centre d'inertie de la particule est Go et sa vitesse est $\vec{V}_o$.
– À l'instant de date t,

$\vec{V} = \frac{q\vec{E}}{m}t + \vec{V}_o$

$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\frac{q\vec{E}}{m}t^2 + \vec{V}_o t + \overrightarrow{OG}_o$

Remarque

Ces équations sont similaires à celles du mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme, selon le cas, $\vec{a} = \vec{g}$ ou $\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$.

2.4.1 Équations horaires du mouvement

Étudions le mouvement de la particule chargée **positive** dans un repère orthonormé fixe $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Le mouvement appartient au plan (x, O, y) (fig. 11).

Choisissons pour origine des dates l'instant où la particule pénètre dans le champ $\vec{E}$ et pour origine des espaces le point O.

Donc, à t = 0, $\vec{V} = \vec{V}_o$, $\overrightarrow{OG}_o = \vec{O}$

Les coordonnées de $\vec{a}$ et $\vec{V}$ et $\overrightarrow{OG}$ à un instant de date t quelconque sont :

$\vec{a}\begin{cases}\ddot{x} = 0\\ \ddot{y} = -\frac{qE}{m}\end{cases}$ $\quad$ $\vec{V}\begin{cases}\dot{x} = V_o \cos\alpha\\ \dot{y} = -\frac{qE}{m}t + V_o \sin\alpha\end{cases}$

$\overrightarrow{OG}\begin{cases}x = V_o \cos\alpha\, t\\ y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 + V_o \sin\alpha\, t.\end{cases}$

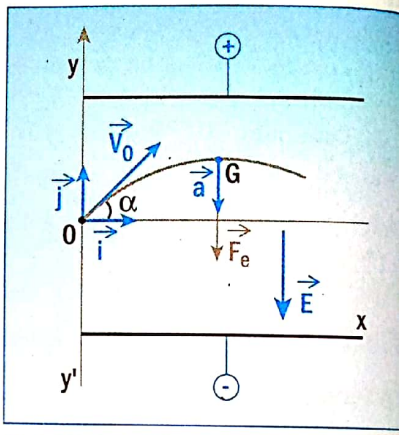


Fig. 11. *Z = 0, le mouvement se fait dans le plan (xOy)*

La particule chargée a un mouvement rectiligne uniforme suivant l'axe Ox et un mouvement rectiligne uniformément varié suivant l'axe Oy.

2.4.2 Étude de la trajectoire

Z = 0, la trajectoire de la particule chargée, est plane, dans le plan (xOy). En éliminant la variable t, entre les équations horaires de x et de y, l'équation cartésienne de la trajectoire s'écrit pour $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ rad.

$Y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{mV_o^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$

C'est l'équation d'une parabole (fig. 11).

2.4.3 Cas particuliers

– La vitesse initiale $\vec{V}_o$ est négligeable.

$\overrightarrow{OG}\begin{cases}x = 0\\ y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2\end{cases}$

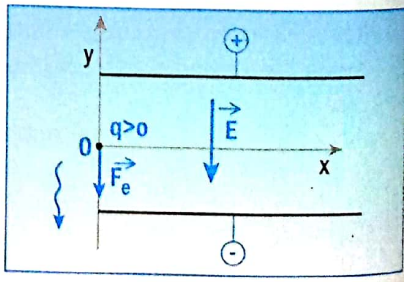


Fig. 12. *Mouvement rectiligne uniformément accéléré*

Scanné avec CamScanner

Le mouvement de la particule chargée est rectiligne uniformément accéléré. Sa trajectoire est parallèle à la direction de $\vec{E}$ (fig. 12).

– La vitesse initiale $\vec{V}_o$ est parallèle au champ $\vec{E}$ ($\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$ rad.)

$$\vec{OG}\begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 + V_o t \end{cases}$$

Le mouvement de la particule chargée est uniformément varié. Sa trajectoire est parallèle à la direction de $\vec{E}$ et de $\vec{V}_o$ (fig. 13).

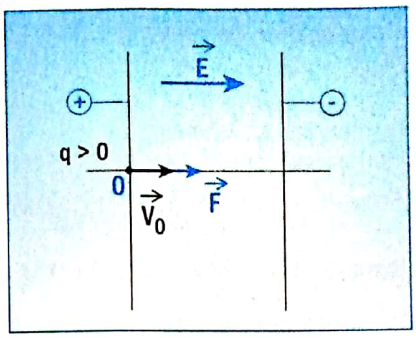


Fig. 13. *La trajectoire de la particule est parallèle à $\vec{E}$ et à $\vec{V}_o$*

– La vitesse initiale $\vec{V}_o$ est orthogonale au vecteur champ $\vec{E}$ ($\alpha = 0$).

$$\vec{OG}\begin{cases} x = V_o t \\ x = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 \end{cases}$$

L'équation cartésienne s'écrit :

$$y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{mV_o^2}x^2$$

La trajectoire est un arc de parabole (fig. 14).

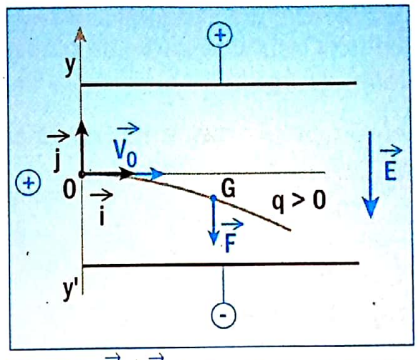


Fig. 14. *($\vec{V}_o \perp \vec{E}$), la trajectoire est parabolique*

2.4.4 Déflexion d'un faisceau de particules

Considérons un électron (charge $q < 0$) pénétrant en O dans un champ électrostatique uniforme avec une vitesse initiale $\vec{V}_o$ orthogonal à $\vec{E}$.
À l'intérieur du condensateur, la trajectoire de la particule est parabolique de O à S (fig. 16).

Au-delà du point de sortie S, $\vec{E} = \vec{0}$, le mouvement de la particule devient rectiligne uniforme ($\vec{F} = q\vec{E} = \vec{0}$, $\vec{a} = \vec{0}$ donc $\vec{V}$ = cte). La particule suit alors la tangente en S à la parabole, direction du vecteur vitesse $\vec{V}$ en S. L'angle β entre les tangentes en O et en S à la trajectoire détermine la déflexion (ou déviation) subie par la particule. On démontre, en mathématiques, que la tangente en S passe par le milieu I de OK (propriété de la parabole) (fig. 15).

Donc : $\tan\beta = \frac{y_s}{IK}$

Avec : $x_s = \ell$ donc : $y_s = -\frac{1}{2}\frac{qE\ell^2}{mV_o^2}$

$IK = \frac{\ell}{2}$ et $E = \frac{U_{AC}}{d}$

On obtient : $\tan\beta = -\frac{q\ell}{mV_o^2}U_{AC}$

(ici $q = -e$ et $\tan\beta > 0$)

Un écran fluorescent est disposé perpendiculairement à l'axe $(O, \vec{i})$ à la distance D de O (fig. 16).

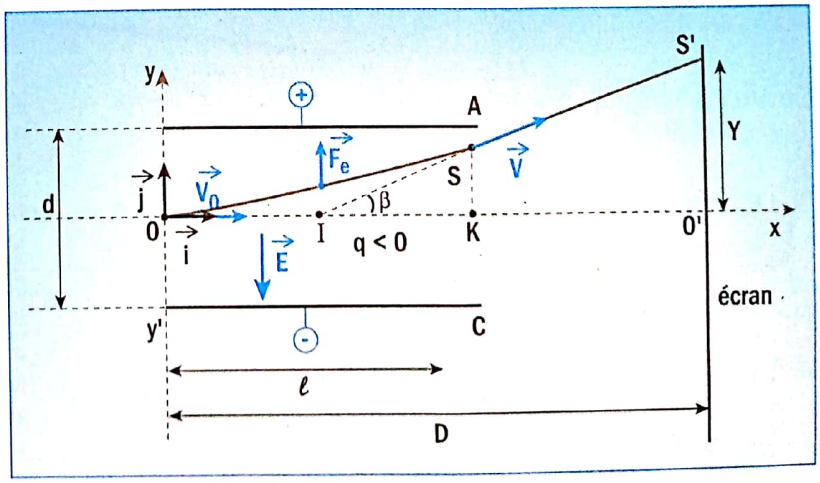


Fig. 15. *Déflexion électrique d'un faisceau d'électrons ($q < o$)*

Scanné avec CamScanner

Dans le triangle rectangle IO'S', $\tan\beta = \frac{O'S'}{IO'} = \frac{Y}{(D - \frac{\ell}{2})}$;

Donc : $Y = (D - \frac{\ell}{2}) \tan\beta$.

En remplaçant tan β, on a : $Y = -(D - \frac{\ell}{2}) \frac{q\ell}{mV_0^2 d} U_{AC}$

Donc : $Y = k U_{AC}$ $k = cte$

La déflexion électrique est proportionnelle à la tension appliquée aux bornes du condensateur déflecteur.

2.5 Étude énergétique

Considérons une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ (fig. 16).

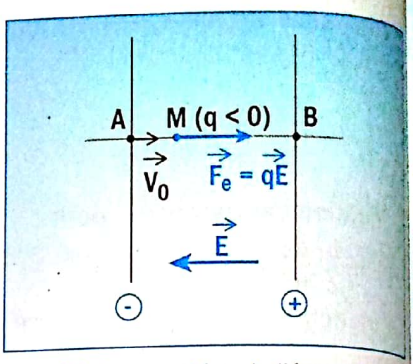


Fig. 16. *Conservation de l'énergie mécanique du système*

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à la particule entre deux états A et B.

$$\Delta Ec = Ec_B - Ec_A = W_{\vec{F}(AB)}$$
$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}_e \cdot \vec{AB} = q\vec{E} \cdot \vec{AB} = qU_{AB}.$$

Posons : $U_{AB} = V_A - V_B$

Alors : $Ec_B - Ec_A = q(V_A - V_B)$

Ou : $Ec_B + qV_B = Ec_A + qV_A$

En posant Ep = qV l'énergie potentielle électrostatique de la charge q au point où le potentiel est V,

On a : $Ec_B + Ep_B = Ec_A + Ep_A$
Soit : $EM_B = EM_A$

Ce résultat traduit la conservation de l'énergie mécanique de la particule chargée évoluant spontanément et sans frottement dans un champ électrostatique.

Remarque

L'énergie potentielle de pesanteur n'intervient pas, le poids étant négligeable devant la force électrique.

1 Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme

Le champ de pesanteur peut être considéré comme uniforme dans un espace restreint (faibles variations d'altitudes). Le vecteur accélération du centre d'inertie d'un solide est égal au vecteur champ de pesanteur $\vec{a}_G = \vec{g}$. Le mouvement du centre d'inertie du projectile est indépendant de sa masse. Les équations vectorielles du mouvement, compte tenu des conditions initiales, sont :

– vecteur accélération $\vec{a} = \vec{g}$

– vecteur vitesse $\vec{V} = \vec{g}t + \vec{V}_0$

– vecteur position $\vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{V}_0 t + \vec{OG}_0$

avec $\vec{V}_0$, le vecteur vitesse, et $\vec{OG}_0$, le vecteur position à t = 0.

Si $\vec{V}_0$ est parallèle à $\vec{g}$, la trajectoire du projectile est une droite verticale.
Si $\vec{V}_0$ n'est pas parallèle à $\vec{g}$, la trajectoire est une parabole dans le plan déterminé par $\vec{V}_0$ et $\vec{g}$.

Scanné avec CamScanner

L'essentiel

L'équation cartésienne de cette parabole est :

$z = -\frac{1}{2}\frac{g\,x^2}{V_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha$, si le mouvement se fait dans le plan (xOz).

2 Mouvement d'une particule électrisée dans un champ électrostatique

Dans l'étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme, le poids de la particule est négligeable devant la force électrique. Le mouvement du centre d'inertie de la particule dépend de sa masse.

Le vecteur accélération vaut ; $\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = cte$.

À l'instant t :

le vecteur vitesse est $\vec{V} = \frac{q\vec{E}}{m}t + \vec{V}_0$

le vecteur position est $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\frac{q\vec{E}}{m}t^2 + \vec{V}_0 t + \overrightarrow{OG}_0$

avec $\vec{V}_0$, le vecteur vitesse, et $\overrightarrow{OG}_0$, le vecteur position à t = 0.

Si $\vec{V}_0$ est parallèle à $\vec{E}$, la trajectoire de la particule est une droite parallèle à $\vec{E}$; le mouvement est rectiligne uniformément varié.

Si $\vec{V}_0$ fait un angle quelconque avec $\vec{E}$, les particules sont déviées. La trajectoire est parabolique. Le mouvement se fait dans le plan, contenant $\vec{V}_0$ et $\vec{E}$. Dans le cas d'un faisceau homocinétique d'électrons, la déflexion électrique est porportionnelle à la valeur U de la tension appliquée aux plaques déflectrices.

Activité expérimentale

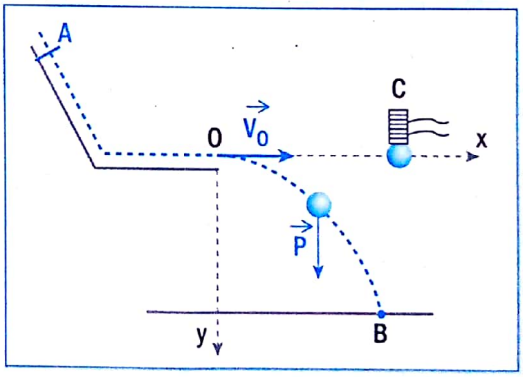
OBJECTIFS

- Vérifier la nature du mouvement d'une bille lancée avec une vitesse $\vec{V}_0$ horizontale suivant les axes Ox et Oy.
- Vérifier la nature de la trajectoire de cette bille.

MATÉRIEL :

– Dispositif d'étude de la chute parabolique.

1. Dispositif expérimental



■ La bille, en A dans une gouttière, est retenue par un électro-aimant. Lâchée, elle passe en O avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ horizontale dont la valeur varie avec la position de A. À partir de O, la bille tombe en chute libre et arrive en B dans une gouttière de réception. Une horloge électronique enregistre le temps t de chute de la bille. Un deuxième électro-aimant, placé en C, permet de libérer une bille en chute libre sans vitesse initiale.

2. Manipulation

■ Pour différentes positions de la gouttière de réception, on mesure y, x et t, ce qui permet de compléter le tableau ci-dessous.

■ On vérifie que la durée de la chute est indépendante de la valeur de V_0 et de la nature de la bille.

■ On utilise simultanément les chutes verticales et paraboliques pour constater que la durée de chute est la même dans les deux cas.

3. Exploitation des résultats

■ Tracer les graphes x = f (t)

Scanné avec CamScanner

$y = g(t)$ Échelles : 10 cm ⟷ 2 cm
$y = h(x)$ 0,1 s ⟷ 2 cm

- Établir les relations $x = f(t)$; $y = g(t)$ et calculer V_0.
- Pour deux points A et B de la trajectoire, construire, sur le graphe $y = h(x)$, les vecteurs $\vec{V}_A$ et $\vec{V}_B$.
Échelle : 1 m.s^{-1} ⟷ 1 cm
($\vec{V}_A$ a pour composantes V_{Ax} et V_{Ay} coefficient directeur de $y = g(t)$ au temps considéré).
- Construire $\Delta\vec{V} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$
- Calculer $\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{t_B - t_A}$ et comparer à g.

y (cm)	x (cm)	t (s)
5	14,5	0,104
10	19,7	0,145
15	24,2	0,178
25	30,5	0,228
35	36,0	0,270
45	40,5	0,300
55	44,5	0,338

1XBET

STREAMING EN DIRECT SUR MOBILE
Profitez du bonus!

4. Conclusion

EXERCICES

Vérifions nos connaissances

1 Répondre par « vrai » ou « faux » aux affirmations suivantes :

1.1 Dans un référentiel galiléen, l'accélération du centre d'inertie d'un corps en chute libre dépend de sa masse.

1.2 Deux projectiles de masses différentes, lancés verticalement avec la même vitesse, atteindront la même hauteur.

1.3 Dans le champ de pesanteur, la trajectoire du centre d'inertie d'un projectile est complètement déterminée à partir des conditions initiales.

1.4 Un champ est uniforme si, en tout point de l'espace, le vecteur champ a même direction, même sens et même valeur.

1.5 Un champ électrostatique $\vec{E}$ est uniforme si $\|\vec{E}\|$ est constante.

1.6 Dans un champ électrostatique, le vecteur accélération d'une particule et le vecteur champ $\vec{E}$ sont toujours colinéaires et de même sens.

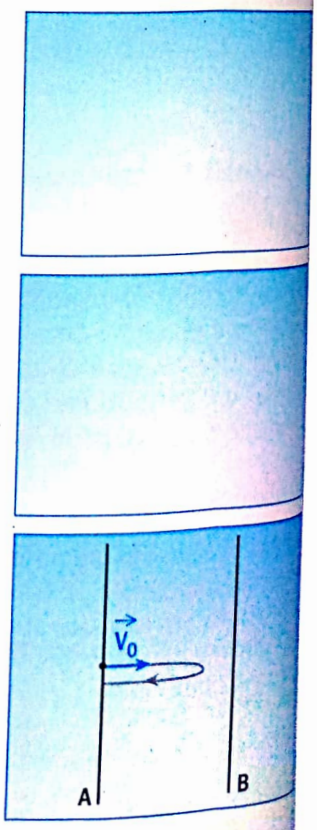
1.7 Dans un oscilloscope, la déviation du spot sur l'écran est proportionnelle à la tension appliquée aux bornes des plaques déflectrices.

2 Une particule chargée ($q > 0$) pénètre dans un champ électrostatique $\vec{E}$. Sur les schémas ci-dessous, représenter (direction et sens) :

2.1 le vecteur champ électrique $\vec{E}$;

2.2 le vecteur accélération $\vec{a}$ de la particule ;

2.3 Préciser le signe de la charge de chacune des armatures du condensateur dans chaque cas.



Scanné avec CamScanner

3 On lâche, dans l'air, deux billes identiques d'une hauteur h. La première en la laissant chuter sans vitesse initiale, et la deuxième en lui communiquant une vitesse initiale $\vec{V}_0$ de direction horizontale. Répondre par « vrai » ou « faux ». Les deux billes atteindront le sol :

3.1 au bout d'une même durée,

3.2 avec des durées de chutes différentes,

3.3 avec la même vitesse.

4 On lâche simultanément dans le vide, à partir de la même position, deux boules de diamètres identiques, l'une en plomb et l'autre en aluminium. Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

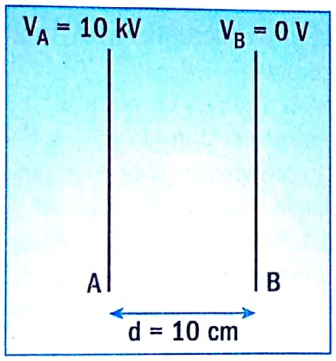
4.1 Les deux boules atteindront le sol l'une après l'autre, la boule de plomb d'abord car elle est plus lourde.

4.2 Les deux boules atteindront le sol en même temps mais, si la hauteur de chute est très grande, la boule d'aluminium prendra du retard.

4.3 Les deux boules arriveront au sol en même temps, quelle que soit leur masse.

5 Un projectile est lancé verticalement vers le haut en l'absence de frottement. Avec quelle vitesse faudrait-il le lancer pour atteindre une hauteur de 300 m ? On donne $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

6 Dans la figure ci-contre, la valeur du champ électrostatique $\vec{E}$ créé entre les armatures du condensateur est :

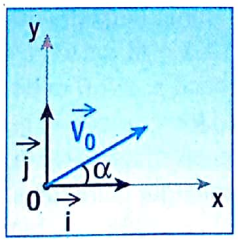


6.1 $E = 1\ kV.m^{-1}$

6.2 $E = 10\ kV.m^{-1}$

6.3 $E = 100\ kV.m^{-1}$

7 Un projectile est lancé d'un point O situé au sol avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale.



7.1 L'équation cartésienne de la trajectoire est :

a) $y = -\frac{1}{2}\frac{g}{mV_0}x^2 + x\tan\alpha$

b) $y = -\frac{1}{2}\frac{g}{V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$

c) $y = -\frac{1}{2}\frac{g}{mV_0^2}x^2 + \tan\alpha$

d) $y = -\frac{1}{2}\frac{g}{V_0^2\sin^2\alpha}x + x\tan\alpha.$

7.2 L'expression littérale de la portée du tir est :

a) $\frac{V_0^2}{g}\sin\alpha$

b) $\frac{V_0^2}{g}\sin 2\alpha$

c) $\frac{V_0^2}{2g}\sin 2\alpha$

d) $\frac{V_0^2}{g^2}\sin 2\alpha$

7.3 La portée maximale est obtenue pour :

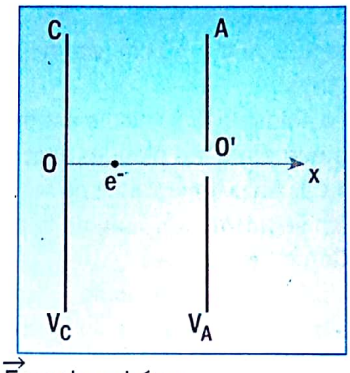
a) $\alpha = \frac{\pi}{8}$ rad

b) $\alpha = 0$ rad

c) $\alpha = \frac{\pi}{2}$ rad

d) $\alpha = \frac{\pi}{4}$ rad

8 Un électron, de charge $q = -e = -1{,}6.10^{-19}$ C et de masse $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg pénètre dans un champ électrique uniforme en O avec une vitesse pratiquement nulle. Les plaques A et C créant le champ $\vec{E}$ sont soumises à une tension $U_{AC} = V_A - V_C > 0$.



8.1 Représenter le vecteur $\vec{E}$ sur le schéma.

8.2 Établir l'expression de la vitesse de l'électron à son arrivée en O'.

8.3 Calculer la valeur de cette vitesse pour $U_{AC} = 10^3$ V.

Appliquons nos connaissances

9 Du balcon d'un immeuble, Yao lâche une pierre, sans vitesse initiale, d'une hauteur h par rapport au sol.
Données : $h = 5$ m ; $g = 10\ m.s^{-2}$.

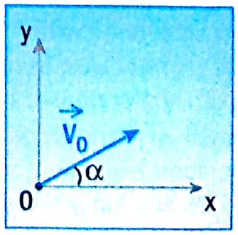
9.1 Écrire l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie de la pierre.

9.2 Combien de temps met la pierre pour tomber ?

9.3 Calculer la valeur de la vitesse de la pierre lorsqu'elle touche le sol.

9.4 Quelle est la durée du parcours à mi-hauteur ? Quelle est la vitesse de la pierre en ce point ?

10 Un projectile est lancé avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ ($V_0 = 10\ m.s^{-1}$) suivant une direction ascendante oblique faisant un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale.
On donne : $h = 5$ m ; $g = 10\ m.s^{-2}$.
Choisir la bonne réponse :



10.1 La vitesse au sommet de la trajectoire est :

a) $0\ m.s^{-1}$

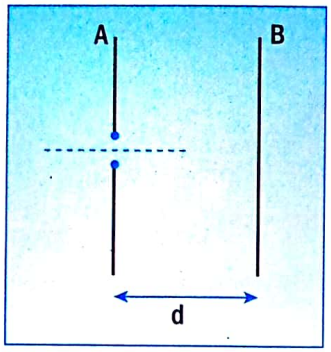
b) $3{,}7\ m.s^{-1}$

Scanné avec CamScanner

c) 5 m.s^{-1}
d) 8,7 m.s^{-1}

10.2 La flèche (altitude maximale) est :
a) 1 m
b) 1,25 m
c) 1,5 m
d) 5 m

11 Une particule, de masse m et de charge q (q > 0), est émise en O au niveau d'une plaque verticale A avec une vitesse nulle. Une différence de potentiel U_{AB} est établie entre les plaques A et B distantes de d = 50 cm (voir figure).



Le poids de la particule est négligeable devant la force électrique entre les plaques A et B.

11.1 Calculer la valeur de la tension U_{AB} pour que la particule émise arrive au niveau de la plaque B avec une vitesse V.
On donne :
– charge de la particule q = 3,2.10^{-19} C
– masse de la particule m = 6,7.10^{-27} kg
– vitesse V = 10^4 m.s^{-1}

11.2 Représenter, sur le schéma, le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$.

11.3 Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération de la particule entre les plaques A et B. Quelle est la nature du mouvement de la particule ?

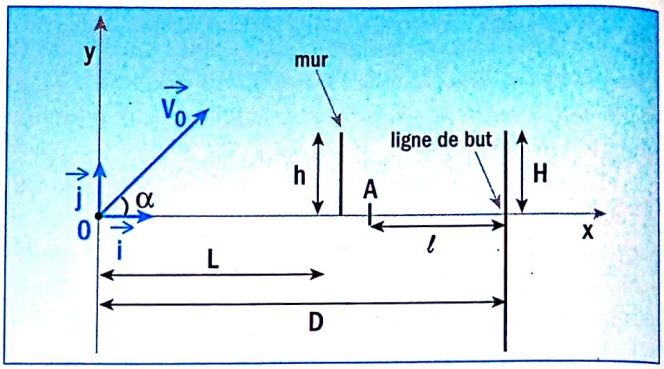
11.4 Calculer la durée du parcours de la particule entre les plaques A et B.

12 On négligera la résistance de l'air et on considérera le ballon comme un solide ponctuel. On prendra g = 9,8 m.s^{-2}. Le champ de pesanteur sera supposé uniforme.
Lors d'un match de la coupe d'Afrique des nations de football en Afrique du Sud, l'arbitre siffle un « coup franc » direct en un point O situé à une distance D = 16 m des buts. Le « mur » est placé à une distance L = 9 m de O. On donne : V_0 = 15 m.s^{-1} ; α = 30°

12.1 a) Établir les équations horaires du ballon dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ où $\vec{k}$ est orthogonal au plan de figure et orienté vers l'avant.
b) Montrer que le mouvement du ballon se situe dans le plan xOy et donner l'équation de sa trajectoire.

12.2 a) A quelle date t_1 le ballon passe-t-il au-dessus du « mur » ?
b) Quelle est la vitesse du ballon à cet instant t_1 ?
c) À quelle date t_2 le ballon entre-t-il dans les buts si il n'est pas interceptée ?

12.3 À la date t_1 où le ballon passe au-dessus du « mur », un défenseur, initialement arrêté en A situé à ℓ = 6 m des buts, se met à courir d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré suivant l'axe Ox et se dirige vers les buts pour intercepter la balle. Son accélération est a = 3 m.s^{-2}. On suppose que, si le défenseur arrive avant le ballon sur la ligne de but, il l'intercepte ; dans le cas contraire, le but est marqué.
a) À quelle date t_3 le défenseur arrive-t-il sur la ligne de but ?
b) En déduire si le « coup franc » sera marqué.



13 Dans tout l'exercice, on assimilera le ballon de football à un point matériel et on prendra g = 10 m.s^{-2}. Dans une phase de jeu, un attaquant reprend le ballon de la tête en un point A situé à une hauteur h = 2 m du sol. Le ballon est renvoyé vers le but adverse à la vitesse V_0 = 9 m.s^{-1} dans une direction faisant un angle α = 20° par rapport à l'horizontale.

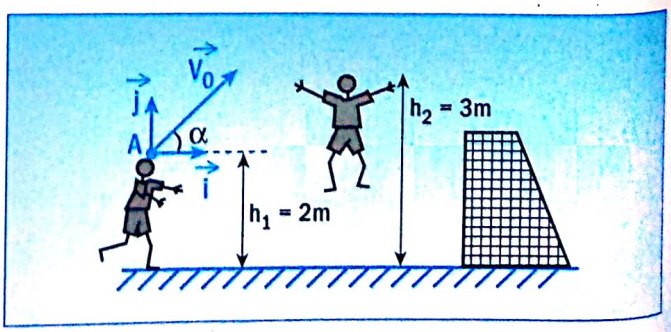
13.1 Établir les équations paramétriques littérales de la trajectoire dans le repère imposé $(A, \vec{i}, \vec{j})$ noté sur la figure. On prendra, pour origine des temps, l'instant où le ballon en A est dévié par l'attaquant.

13.2 Vérifier que l'équation cartésienne de la trajectoire, dans le repère donné, est :

$$y = -\frac{g\,x^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} + (\tan\alpha)\,x$$

Donner l'équation avec les valeurs numériques.

13.3 À la date t = 0, le gardien de but se trouve à la distance x_1 = 2,6 m de l'attaquant et y reste.
a) Montrer que le gardien de but se trouve dans la position la plus défavorable pour intercepter le ballon, c'est-à-dire celle qui correspond à la flèche de la trajectoire du ballon.
b) Le gardien de but a une détente verticale, bras levés, de hauteur h_2 = 3 m au-dessus du sol. Pourra-t-il intercepter le ballon ?



Scanné avec CamScanner

Document

PRINCIPE DE L'OSCILLOSCOPE

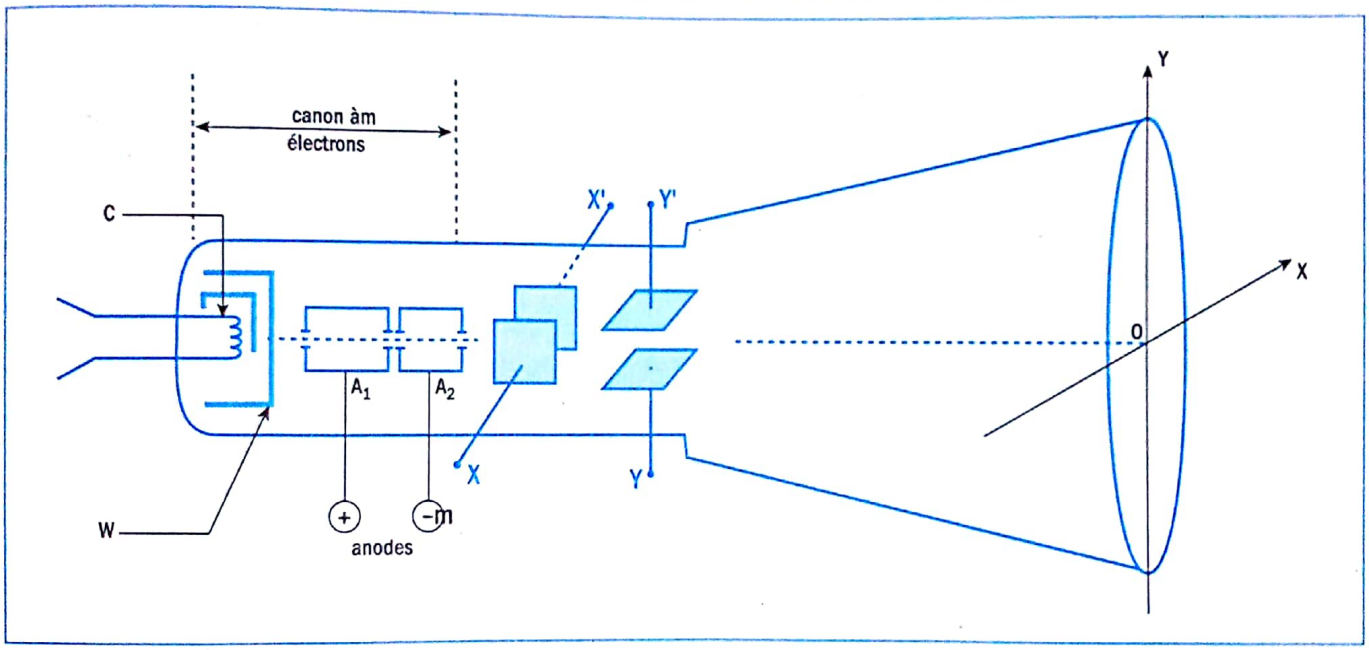
Un oscilloscope permet de mesurer une tension et d'étudier son évolution au cours du temps.

Description

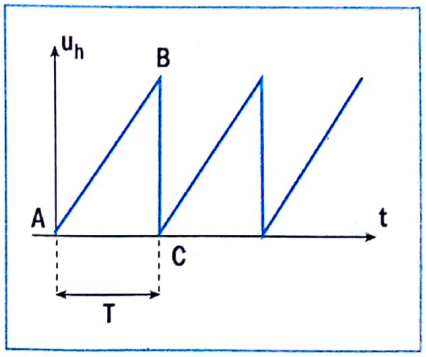
Il comprend :

- Un canon à électrons fait :
  - d'une cathode C qui émet des électrons,
  - de deux anodes accélératrices A_1 et A_2,
  - d'un Wehnelt W qui règle la finesse et la brillance du spot lumineux obtenu sur l'écran.
- Deux paires de plaques parallèles, horizontales Y et Y' et verticales X et X'.
- Un écran fluorescent.

L'ensemble est placé dans un tube de verre où règne un vide aussi parfait que possible.



Fonctionnement



Chaque paire de plaques fonctionne comme un condensateur, et la déviation du spot obtenue sur l'écran est proportionnelle à la tension appliquée aux plaques.

Un système incorporé à l'oscilloscope permet d'appliquer une tension périodique Uh en dents de scie, de période T entre les plaques X et X', courbe ci-contre.

Pendant une période T (partie AB de la courbe), U_h est proportionnelle au temps t. Le spot dévie horizontalement de $x = k't$ car x est proportionnel à U_h, donc à t. Cela se traduit par un balayage de gauche à droite effectué par le spot d'un mouvement uniforme, suivi d'un retour vers la gauche extrêmement rapide qui passe inaperçu (partie BC de la courbe).

On applique la tension à étudier $u_y = f(t)$ entre les plaques horizontales Y et Y'. Le spot dévie verticalement de $y = ku_y$. La mesure de y, grâce à l'étalonnage de l'appareil, permet une mesure de u_y.

Le réglage de la période de balayage T permet d'obtenir sur l'écran l'étalement de u_y en fonction du temps et, par synchronisation, d'avoir une courbe immobile.

Scanné avec CamScanner

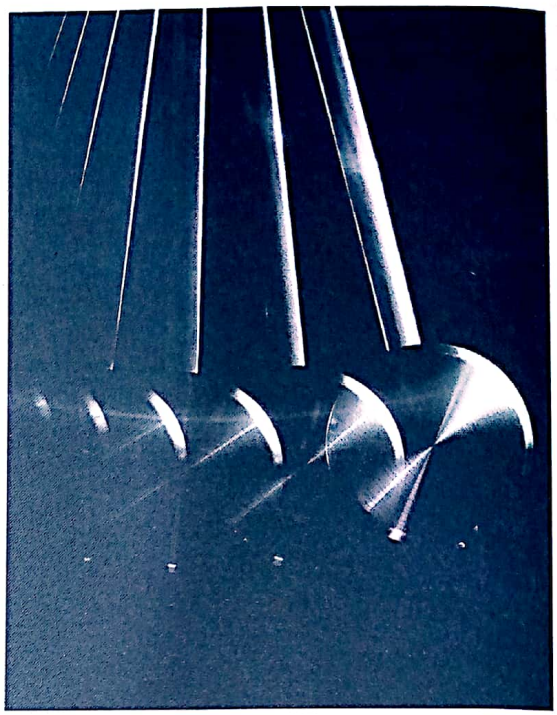
PHYSIQUE

5

OSCILLATEURS MÉCANIQUES LIBRES

OBJECTIFS

- Définir un oscillateur mécanique.
- Établir l'équation différentielle d'un pendule élastique.
- Établir la solution d'une équation différentielle.
- Montrer que l'énergie mécanique d'un oscillateur mécanique harmonique non amorti se conserve.



Une horloge à balancier

?

- *Quel est le mouvement du pendule ?*
- *Quels sont les différents échanges d'énergie pendant le mouvement ?*
- *Citez d'autres exemples de système ayant un mouvement identique à celui du pendule.*

1 DÉFINITION ET EXEMPLES D'OSCILLATEURS

La balançoire (fig. 1), tirée vers le haut, puis lâchée, fait un mouvement de va-et-vient autour de sa position d'équilibre.

Fig. 1. La balançoire

Considérons un pendule élastique constitué d'un solide (S) accroché à l'extrémité libre d'un ressort à spires non jointives (fig. 2). Écarté légèrement de sa position d'équilibre puis abandonné, le solide effectue des oscillations autour de cette position.

La balançoire avec la fillette et le pendule élastique sont des oscillateurs mécaniques. Le pendule élastique est un oscillateur mécanique en translation. Les oscillations sont libres si, une fois écarté de sa position d'équilibre, le système susceptible d'osciller est abandonné à lui-même.

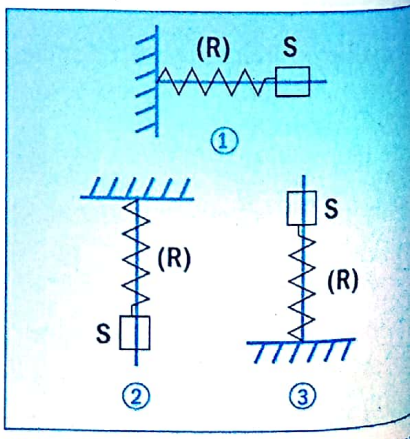


Fig. 2. Exemples de pendules élastique

La période

Le mouvement oscillatoire est un mouvement périodique. **La période T est la durée d'une oscillation complète.** Avec un chronomètre, mesurons la durée de 10 oscillations du pendule vertical (fig. 2-2).

$\Delta t =$ 6 s —

La période est : $T = \frac{\Delta t}{} = \frac{6}{} = 0{,}6$ s

Scanné avec CamScanner

10 10

La période se mesure en seconde (s).

La fréquence

La fréquence du mouvement correspond au nombre de périodes par seconde.

$N = \frac{1}{T}$, N s'exprime en hertz (Hz).

Pour simplifier l'étude des oscillateurs mécaniques, nous allons étudier le pendule élastique horizontal.

2 ÉTUDE DU PENDULE ÉLASTIQUE HORIZONTAL NON AMORTI

2.1 Dispositif

Un solide (S) est accroché à l'extrémité libre d'un ressort horizontal. Le solide peut se déplacer sans frottement le long d'une tige C. La position du centre d'inertie G du solide est repérée par son abscisse sur l'axe x'x (fig. 3).

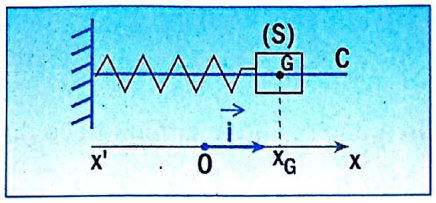


Fig. 3. *Pendule élastique horizontal*

À l'équilibre, le centre d'inertie G du solide occupe la position G_o d'abscisse x = 0 (fig. 4-1). Écartons le solide de sa position d'équilibre de façon à amener G à hauteur du point A d'abscisse x_A (fig. 4-2) et lâchons-le. Il effectue des oscillations autour de sa position d'équilibre.

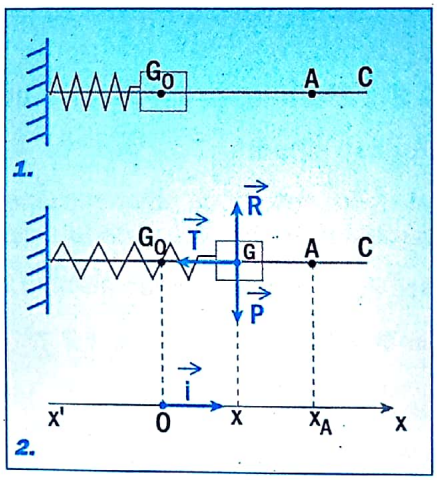


Fig. 4. *Mouvement du pendule élastique*

2.2 Équation différentielle du mouvement

L'étude est faite dans le référentiel terrestre (galiléen). Le système étudié est le solide (S) de masse m. Les forces extérieures appliquées au système dans une position quelconque sont (fig. 4-2) :

– le poids $\vec{P}$ du solide,
– la réaction R de la tige,
– la tension $\vec{T}$ du ressort.

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}_G \qquad \text{avec :} \quad \vec{T} = -k\,x\,\vec{i}$$

$$\vec{a}_G = \frac{d^2(x\,\vec{i})}{dt^2} = \ddot{x}\,\vec{i}.$$

Projetons cette relation sur l'axe (O, i)

$$-k\,x = m\,a_G, \quad \text{ou} \quad -k\,x = m\,\ddot{x}$$

Soit : $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ (1)

C'est l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur.

2.3 Équation horaire du mouvement

2.3.1 Mouvement harmonique

La solution x (t) de cette équation différentielle est une fonction sinusoïdale de la forme :

$$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Le mouvement du centre d'inertie de l'oscillateur est rectiligne sinusoïdal. Le pendule élastique horizontal non amorti est un oscillateur harmonique.

Scanné avec CamScanner

– **X_m est l'amplitude du mouvement** (ou élongation maximale). X_m s'exprime en mètre (m),
– **x est l'élongation à l'instant de date t,**
– **φ est la phase à l'origine des dates.** φ s'exprime en radian (rad).
X_m et φ sont des constantes arbitraires déterminées par les conditions initiales.
– **ω_0 est la pulsation propre de l'oscillateur.**
ω_0 s'exprime en radian par seconde ($rad.s^{-1}$).
– **$(\omega_0 t + \varphi)$ est la phase à l'instant de date t en radian.**

Vérifions que $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation $\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

– La vitesse : $V = \dot{x} = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

– L'accélération : $a = v = \ddot{x} = -\omega_0^2 X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\ddot{x} = \omega_0^2 x$

Soit : **$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$** (2)

On a une équation différentielle du type de la précédente. Par identification des équations (1) et (2), nous avon

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

Soit : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

La pulsation propre dépend de la masse du solide et de la raideur du ressort et non des conditions initiales

2.3.2 Période propre – Fréquence propre

Période propre

La « période » d'une fonction cosinus est 2π rad (chaque fois que l'angle augmente de 2π, son cosinus repren la même valeur). À chaque fois que $(\omega_0 t + \varphi)$ augmente de 2π rad , le système se retrouve dans le même éta

Soit T_0 la période : durée au bout de laquelle $(\omega_0 t + \varphi)$ augmente de 2π rad,

$[\omega_0 (t + T_0) + \varphi] = [\omega_0 t + \varphi + 2\pi]$.

On en déduit : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

Ou : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

m en **kilogramme (kg)**
k en **newton par mètre ($N.m^{-1}$)**
T_0 en **seconde (s)**

Fréquence propre

$N_0 = \frac{1}{T_0}$ N_0 s'exprime en **hertz (Hz)**

Remarque

Il est souvent utile, pour les calculs numériques, de mettre l'équation horaire sous l'une des deux formes suivantes

$$x = X_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0} + \varphi\right)$$

Ou :

$$x = X_m \cos(2\pi N_0 t + \varphi).$$

Scanné avec CamScanner

EXERCICE D'APPLICATION

Le centre d'inertie G d'un solide de masse m = 0,1 kg, attaché à l'extrémité libre d'un ressort, a un mouvement rectiligne sinusoïdal dont l'équation horaire est :

$$x = 5 \cos (15\,t - \frac{\pi}{3})$$

unités : x en cm et t en secondes

1. Déterminer l'amplitude, la période propre et la fréquence propre du pendule élastique.

2. Écrire l'expression de la vitesse du centre d'inertie G en fonction du temps. En déduire la vitesse maximale du solide.

3. Calculer l'élongation du mouvement à t = 2 s.

4. Calculer la raideur k du ressort.

SOLUTION

1. x (t) est de la forme $x = X_m \cos (\omega_o t + \varphi)$

– L'amplitude du mouvement est :
$X_m = 5$ cm $= 5.10^{-2}$ m

– La période propre est :

$$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} \quad \text{soit} \quad T_o = \frac{2\pi}{15} = 0{,}42 \text{ s}$$

– La fréquence propre est :

$$N_o = \frac{1}{T_o} \qquad N_o = 2{,}39 \text{ Hz}$$

2. $x = 5 \cos (15\,t - \frac{\pi}{3})$. En dérivant, on obtient :

$$V = \dot{x} = -75 \sin (15\,t - \frac{\pi}{3})$$

La vitesse maximale : $V_m = 75$ cm.s^{-1}
ou : $V_m = 0{,}75$ m.s^{-1}

3. Élongation du mouvement
à t = 2 s $\quad x = 5.10^{-2} \cos (15 \times 2 - \frac{\pi}{3})$

$$x = -3{,}9.10^{-2} \text{ m}$$

4. La constante de raideur du ressort est donnée par :

$$\omega_o^2 = \frac{k}{m}$$

$$k = m\,\omega_o^2$$
$$k = 0{,}1 \times 15^2 = 22{,}5 \text{ N.m}^{-1}$$

3 ÉTUDE ÉNERGÉTIQUE

Lorsqu'on écarte le pendule de sa position d'équilibre (fig. 4-2) de OA = X_m, on lui fournit de l'énergie sous forme d'énergie potentielle élastique. Que devient cette énergie au cours du mouvement oscillatoire ? Le système est l'ensemble «ressort, masse, Terre». Ce système possède, à un instant t quelconque :

– de l'énergie potentielle élastique due au ressort :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} kx^2$$ (x = allongement du ressort à t, ici l'allongement = élongation à t),

– de l'énergie cinétique due à la masse $E_c = \frac{1}{2} mv^2$ (v = vitesse de G à t),

– de l'énergie potentielle de pesanteur due à la masse. Cette énergie, ici, est constante car le système oscille à l'horizontale. On la choisit nulle.

Donc l'énergie mécanique totale du système non amorti à un instant t quelconque est $E_m = E_{pe} + E_c$

$$E_m = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2$$

Posons : $x = X_m \cos (\omega_o t + \varphi)$
$V = x = -\omega_o X_m \sin (\omega_o t + \varphi)$

Alors : $E_m = \frac{1}{2} m [-\omega_o X_m \sin (\omega_o t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2} k [X_m \cos (\omega_o t + \varphi)]^2$.

$$E_m = \frac{1}{2} m\,\omega_o^2 X_m^2 \sin^2 (\omega_o t + \varphi)] + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2 (\omega_o t + \varphi)$$

Avec : $\omega_o^2 = \frac{k}{m}$

On a : $E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 [\sin^2 (\omega_o t + \varphi) + \cos^2 (\omega_o t + \varphi)]$.

Donc : $E_m = \frac{1}{2} k X_m^2$

Scanné avec CamScanner

L'énergie mécanique totale d'un oscillateur non amorti est donc constante.

Remarque

$V = x = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Ou : $V = V_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Avec : $V_m = \omega_0 X_m$

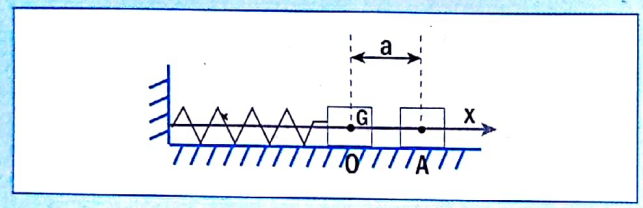
Et : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

En remplaçant dans $E_m = \frac{1}{2} k X_m^2$, on obtient $E_m = \frac{1}{2} m V_m^2$.

Au cours du mouvement, il y a transformation continuelle d'énergie cinétique en énergie potentielle élastique, et réciproquement.

EXERCICE D'APPLICATION

Un solide, de masse m, est relié à un ressort de raideur k (voir figure ci-dessous).



Le solide se déplace sans frottement. Le point O correspond à la position du centre d'inertie du solide lorsque le ressort n'est pas tendu. On écarte le solide d'une longueur a = 2 cm vers la droite et on le lâche sans vitesse initiale. On donne m = 0, 1 kg et k = 0,2 $N.m^{-1}$.

1. Décrire le mouvement du centre d'inertie G du solide. Donner ses équations horaires sous forme littérale puis sous forme numérique.

2. Calculer la valeur de la vitesse du centre d'inertie G du solide lorsqu'il repasse par sa position d'équilibre (point O).

SOLUTION

1. Le centre d'inertie G effectue des oscillations autour de la position d'équilibre O. Le mouvement est rectiligne sinusoïdal selon les équations :

$x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ et $v = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

A $t = 0$ $x = x_0 = +a$ et $v = V_0 = 0$

en remplaçant dans x (t) et v (t)

on a : $+a = X_m \cos\varphi$ (1)

$0 = -X_m \omega \sin\varphi$ (2)

(2) donne $\sin\varphi = 0$ donc $\varphi = 0$ ou π

(1) donne $\cos\varphi > 0$ donc $\varphi = 0$

et dans (1) $+a = X_m$ (+1) donne $X_m = a$

avec : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\omega_0 = 1{,}4$ rad.s^{-1}

il vient : $x = 2 \cos(1{,}4\, t)$ en (cm)

$V = -2{,}8 \sin(1{,}4\, t)$ en (cm.s^{-1})

2. L'ensemble « ressort + masse + Terre » est un système conservatif : la conservation de l'énergie mécanique entre A et O s'écrit :

$E_{mA} = E_{m0}$ avec :

en A : $V_A = 0$ $x_A = a$

en O : $V_0 = ?$ $x_0 = 0$

on obtient $\frac{1}{2} k a^2 = \frac{1}{2} m V_0^2$ d'où : $V_0 = a\sqrt{\frac{k}{m}}$

$V_0 = 2{,}8.10^{-2}$ m.s^{-1}

4 OSCILLATEURS MÉCANIQUES AMORTIS

Un oscillateur mécanique libre non entretenu effectue des oscillations amorties. L'amplitude X_m décroît progressivement et la période varie peu. On dit que le mouvement est pseudo-périodique (fig. 5). Du fait de l'existence d'inévitables phénomènes dissipatifs, l'énergie mécanique diminue. L'entretien des oscillations nécessite un apport d'énergie mécanique pour compenser les pertes.

Scanné avec CamScanner

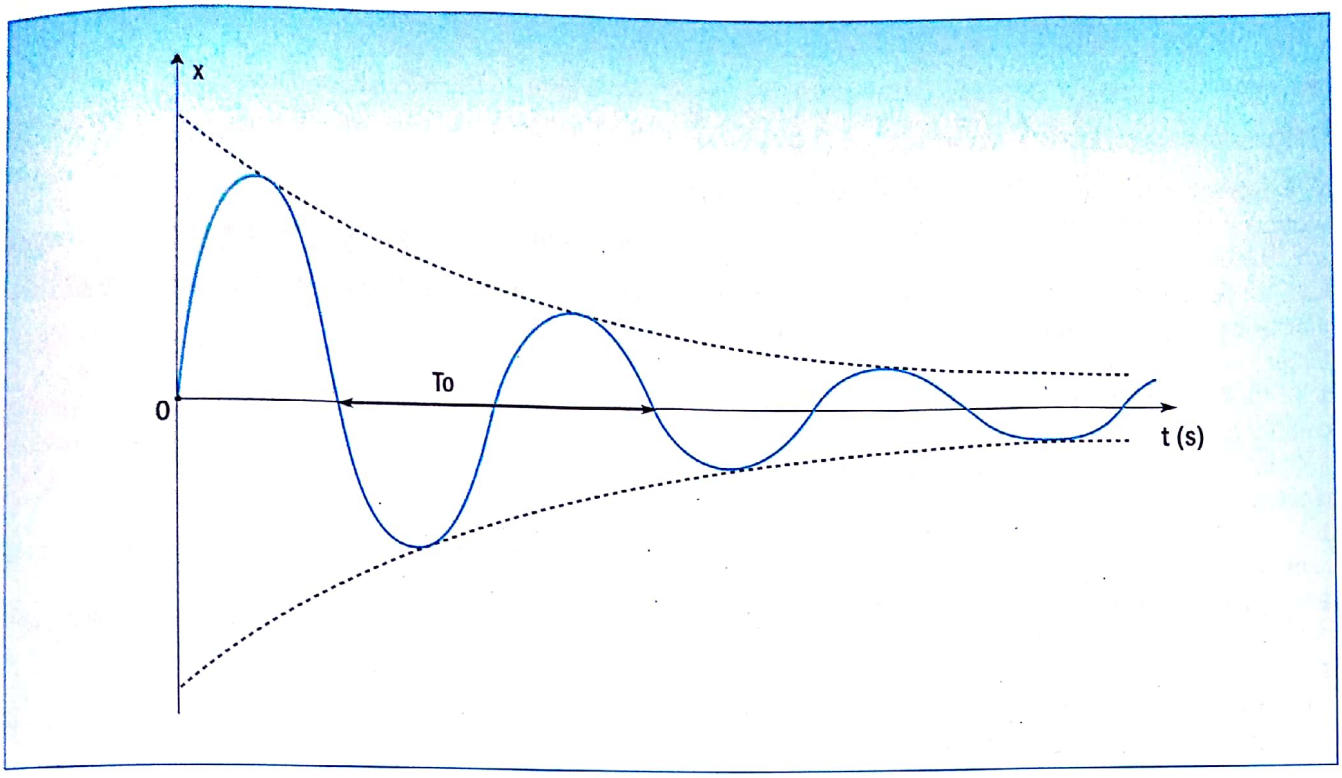


Fig. 5. *Oscillations amorties. Le mouvement est pseudo-périodique.*

L'essentiel

Un pendule élastique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur k auquel est fixé un objet de masse m à son extrémité libre.

1 Équation différentielle

Écarté de sa position d'équilibre puis lâché, l'abscisse du centre d'inertie de l'objet vérifie, en l'absence de frottement, l'équation différentielle :

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ ou $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$ est la pulsation propre de l'oscillateur.

C'est une caractéristique de l'oscillateur.

2 Équation horaire

La solution de l'équation différentielle est de la forme

$x = X_m \cos(\omega_o t + \varphi)$ ou $x = X_m \sin(\omega_o t + \varphi)$

X_m (amplitude) et $-\pi < \varphi < \pi$ la phase à l'origine des dates, sont des constantes déterminées par les conditions initiales.

3 Période propre et fréquence propre

$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$N_o = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

ω_o et T_o sont des caractéristiques de l'oscillateur.

4 Énergie

L'énergie mécanique du système « ressort + solide + Terre » est pour un ressort horizontal :

$E_m = E_c + E_{pe} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

Lorsque les frottements sont négligeables, le système est conservatif et son énergie mécanique est constante.

Alors : $E_m = \frac{1}{2}kX_m^2 = \frac{1}{2}m V_m^2$.

L'énergie mécanique diminue lorsqu'il y a des frottements.

Scanné avec CamScanner

EXERCICES

Vérifions nos connaissances

1 Répondre par « vrai » ou « faux » aux affirmations suivantes :

1.1 La durée d'une oscillation complète est une période.

1.2 La période des oscillations d'un pendule élastique est d'autant plus grande que la masse du solide est importante.

1.3 La fréquence propre d'un oscillateur décroît si la raideur du ressort croît.

1.4 La pulsation propre dépend de la manière dont a été lancé le pendule.

1.5 Dans l'équation horaire $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, les constantes X_m et φ dépendent des conditions initiales.

1.6 L'énergie totale d'un oscillateur libre est proportionnelle au carré de l'amplitude de la vitesse.

1.7 Dans tout oscillateur, il y a nécessairement échange entre les deux formes d'énergie : énergie cinétique et énergie potentielle.

2 La loi horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique est donnée par :

$$x = 3.10^{-2} \cos\left(20\,t + \frac{\pi}{4}\right),\ x \text{ en m.}$$

2.1 Déterminer l'amplitude et la période du mouvement.

2.2 Exprimer la vitesse du centre d'inertie du solide fixé au ressort. Calculer sa valeur à t = 0.

2.3 L'énergie mécanique de l'oscillateur est $E = 1{,}8.10^{-2}$ J. Calculer la raideur k du ressort utilisé.

3 La trajectoire d'un point animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal est un segment de droite de longueur l = 20 cm. La période du mouvement est T = 0,4 s. Établir l'équation horaire de ce mouvement sachant qu'à la date t = 0 s, le point se trouve à l'abscisse x = – 5 cm et se déplace dans le sens négatif.

4 Choisir la bonne réponse.

4.1 Un ressort horizontal comprimé au maximum possède :

a) uniquement de l'énergie cinétique,

b) uniquement de l'énergie potentielle élastique,

c) de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique,

d) aucune énergie.

4.2 La période propre d'un oscillateur libre est :

a) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

b) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

c) $T_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$

d) $T_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$

4.3 Un oscillateur mécanique amorti est tel que :

a) son énergie mécanique reste constante,

b) l'amplitude des oscillations diminue,

c) son énergie cinétique se transforme en énergie potentielle et réciproquement,

d) sa période diminue.

Appliquons nos connaissances

5 Un solide s, de masse m = 0,1 kg, est fixé à l'extrémité libre d'un ressort horizontal à spires non jointives de raideur $k = 10\ N.m^{-1}$. Le solide, écarté de sa position d'équilibre puis lâché, oscille horizontalement, sans frottement.

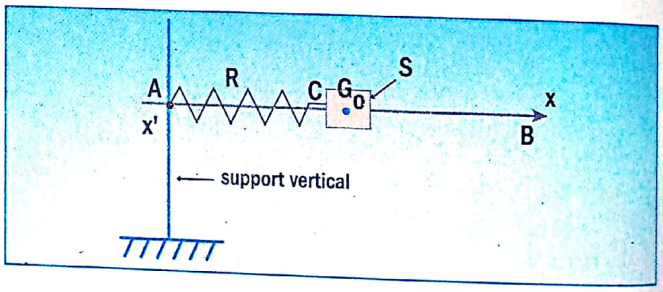
5.1 Établir l'équation différentielle du mouvement du solide.

5.2 Calculer les valeurs de la pulsation propre ω_0 et de la période propre T_0 de l'oscillateur.

5.3 À l'instant t = 0, choisi comme origine des dates, l'abscisse du solide étant $x_0 = +2$ cm, on lui communique une vitesse initiale $|V_0| = 0{,}20\ m.s^{-1}$ dirigée vers la position d'équilibre. Mettre l'équation horaire du mouvement sous la forme $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

5.4 Calculer l'élongation du mouvement à la date t = 0,3 s.

6 On considère le dispositif représenté ci-dessous. AB est une tige rigide horizontale, fixée en A au support. Le ressort R, enfilé sur la tige AB, est fixé en A à ce même support. L'autre extrémité C est liée à un solide S de masse m. Le solide, percé d'un trou, et le ressort peuvent coulisser sans frottement le long de la tige AB.



À l'équilibre, le centre d'inertie G du solide occupe une position G_0, position que l'on prendra pour origine des abscisses. L'axe des abscisses, colinéaire à AB, sera orienté positivement de la gauche vers la droite.

6.1 On écarte le solide S de sa position d'équilibre vers la droite et on l'abandonne, sans vitesse initiale. L'origine des temps est choisie de telle façon que l'équation du mouvement de G soit :

$$x = 3.10^{-2} \cos\left(4\,\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

où x exprimé en mètre et t en seconde. Quelles sont l'amplitude et la période du mouvement ? Quelle est la position du centre d'inertie G du solide à l'instant $t_0 = 0$? Dans quel sens se déplace le solide et quelle est sa vitesse à ce même instant $t_0 = 0$?

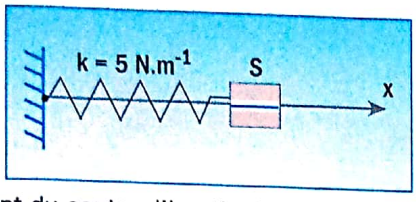
6.2 Le solide a une masse égale à 50 g. Donner les caractéristiques de la somme des forces qui s'exercent sur lui

Scanné avec CamScanner

quand son centre d'inertie passe à l'abscisse 2 cm. En déduire la constante de raideur k du ressort. Pouvait-on la calculer d'une autre manière ?

6.3 Donner l'expression littérale de l'énergie mécanique du système masse-ressort. Retrouver la vitesse du solide à l'instant $t_0 = 0$ en utilisant la conservation de l'énergie mécanique.

7 On dispose d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur k. À l'une des extrémités du ressort, on accroche un solide S cylindrique creux de masse m.



L'ensemble (ressort + solide) peut glisser sans frottement sur une tige horizontale.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G de S dans le repère $(O, \vec{i})$. O étant la position de G à l'équilibre. On écarte S de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale. À l'instant t_0, choisi comme origine des temps, son abscisse est x_0, sa vitesse $\vec{v}_0$ est dirigée vers la position d'équilibre. On donne m = 0,2 kg ; k = 5 N.m^{-1} ; x_0 = +3 cm ; $\|\vec{v}_0\|$ = 0,1 m.s^{-1}.

7.1 Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur à l'instant t_0. Par convention, on considère que l'énergie potentielle est nulle pour la position d'équilibre.

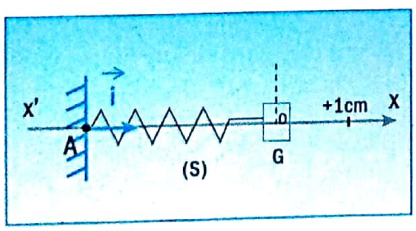
7.2 En appliquant le principe de conservation de l'énergie mécanique, déterminer :

a) la vitesse de S au passage par la position d'équilibre,

b) les positions de G pour lesquelles la vitesse s'annule.

7.3 Établir l'équation différentielle du mouvement de G. En déduire l'équation horaire du mouvement en respectant le choix de l'origine des temps précisée plus haut.

8 Soit un ressort R élastique de masse négligeable, de constante de raideur k = 20 N.m^{-1}, guidé par une tige horizontale. Une de ses extrémités est fixée en un point A ; l'autre est attachée à un solide ponctuel S, de masse m, qui coulisse sans frottement sur la tige. Dans la position d'équilibre, le centre d'inertie G du solide est en O.



8.1 Établir l'équation différentielle du mouvement de S.

8.2 Écrire l'équation horaire du mouvement sous la forme :

$x = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$, sachant qu'à l'instant t = 0, le centre d'inertie G du solide passe en O dans le sens positif, et qu'il décrit un segment de 4 cm au cours des oscillations dont la période est T = 0,5 s.

8.3 Montrer que l'énergie mécanique est égale à 4.10^{-3} J, sachant que l'énergie potentielle de pesanteur au niveau de la tige est nulle.

8.4 a) Représenter les vecteurs vitesse et accélération aux instants suivants :

t_1 = 0,125 s ; t_2 = 0,25 s.

Échelle : 1 cm ⟷ 1 m.s^{-2} ; 1 cm ⟷ 0,25 m.s^{-1}

b) Quelle est l'énergie cinétique du système en ces différentes positions ?

8.5 a) Déterminer la date du premier passage du solide au point x = + 1 cm.

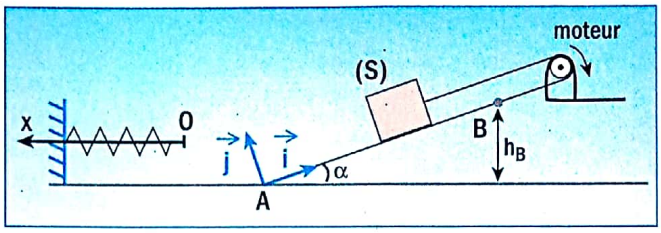
b) Quelle est alors l'énergie cinétique de S ?

8.6 À la date t_3 = 5 s, la masse se détache du ressort.

a) Étudier la nature du mouvement ultérieur du solide qui coulisse toujours sur la tige.

b) Déterminer sa position à la date t_4 = 6 s.

9 Dans tout l'exercice, on négligera les frottements et on assimilera le solide (S) à un point matériel. On prendra g = 10 m.s^{-2}.



9.1 Tiré par un câble actionné par un moteur, un solide (S), de masse m = 3 kg, gravit un plan incliné d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale. Sa vitesse $\vec{V}$ est constante.

a) Faire un bilan des forces appliquées au solide (S). Représenter les forces sur un schéma.

b) Calculer la valeur R de la réaction du plan sur le solide (S).

9.2 Subitement, le câble se casse.

a) Décrire les deux phases du mouvement de (S) sur le plan incliné après la cassure.

b) En supposant que (S) était monté jusqu'en B, d'altitude h_B = 1,5 m (voir figure), calculer la vitesse V_A de passage de (S) au point A.

9.3 Le solide (S) continue son mouvement sur le plan horizontal contenant A, en O, heurte un ressort de raideur k = 1000 N.m^{-1}, fixé par son autre extrémité.

a) Quelle est la vitesse V_0 de (S) juste avant le choc ?

b) Quelle est l'énergie mécanique de (S) juste avant le choc, sachant que son énergie potentielle de pesanteur y est nulle ?

9.4 Dès que le choc se produit, (S) reste solidaire du ressort. Il effectue des oscillations autour du point O, origine de l'axe X'X, parallèle au sol horizontal (voir ci-dessus). On prendra comme origine des temps, l'instant du choc.

a) Déterminer l'amplitude X_m du mouvement de l'oscillateur.

b) Établir l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur. En déduire sa pulsation et la loi horaire de son mouvement.

c) Déterminer la durée de deux oscillations.

Scanné avec CamScanner

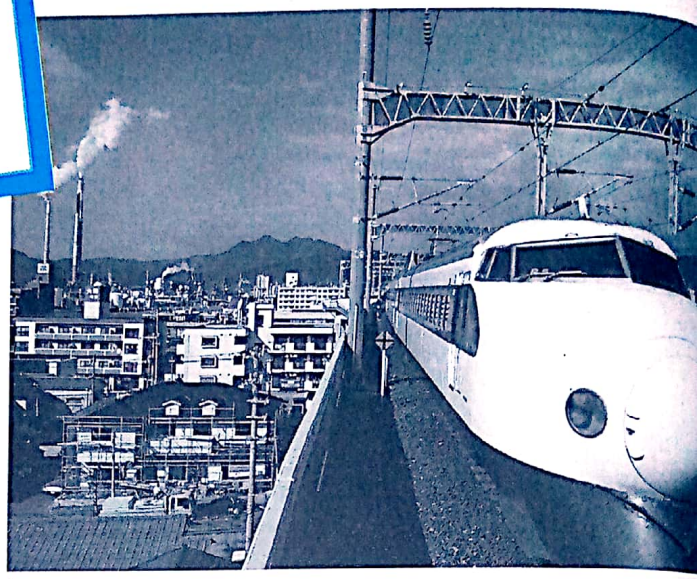
PHYSIQUE

6

CHAMP MAGNÉTIQUE

OBJECTIFS

- Définir le champ magnétique.
- Déterminer les caractéristiques de quelques champs magnétiques.



?

- *Ce train japonais est propulsé grâce aux interactions magnétiques.*
- *Quelles sont les principales propriétés d'un champ ?*

1 MISE EN ÉVIDENCE DU CHAMP MAGNÉTIQUE

1.1 Pôles d'un aimant

Une aiguille aimantée, libre de tourner autour d'un axe vertical, loin de tout aimant ou courant électrique, s'oriente toujours dans la même direction (approximativement sud-nord géographique).
La pointe de l'aiguille qui s'oriente vers le nord est appelée pôle nord (N) de l'aiguille. L'autre extrémité de l'aiguille est son pôle sud (S) (fig. 1).

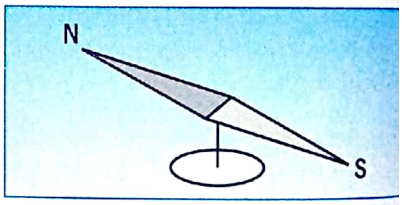


Fig. 1. *Une aiguille aimantée*

De même, un aimant droit suspendu à un fil s'oriente dans la direction sud-nord géographique (fig. 2). Les extrémités correspondantes sont les pôles nord et sud de l'aimant.

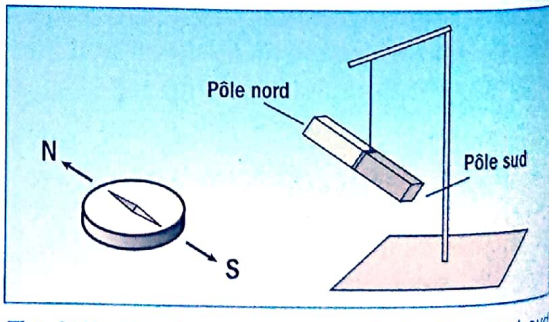


Fig. 2. *Un aimant suspendu prend la direction nord-sud*

1.2 Notion de champ magnétique

Dans les situations précédentes, l'orientation de l'aiguille ou de l'aimant suivant une direction privilégiée révèle une propriété particulière de cette région de l'espace. Par analogie avec les interactions électriques et les interactions gravitationnelles, nous dirons qu'il existe un champ magnétique au voisinage de la Terre.
De même, il existe un champ magnétique au voisinage d'un aimant (fig. 3). L'aiguille aimantée sert de détecteur de champ magnétique.

Scanné avec CamScanner

2 LE VECTEUR CHAMP MAGNÉTIQUE

2.1 Caractéristiques

Le champ magnétique peut être caractérisé en tout point M par un **vecteur champ magnétique $\vec{B}$**. La direction et le sens de $\vec{B}$ sont donnés par l'orientation de l'aiguille aimantée placée au point M (fig. 4).

$\vec{B}$ { – **direction :** l'axe de l'aiguille aimantée
– **sens :** du pôle sud vers le pôle nord de l'aiguille
– **intensité :** B

Remarque

Une aiguille aimantée, placée sur un pivot, ne peut tourner que dans un plan horizontal. Elle ne s'oriente donc que suivant la composante horizontale $\vec{B}_h$ du champ magnétique étudié.

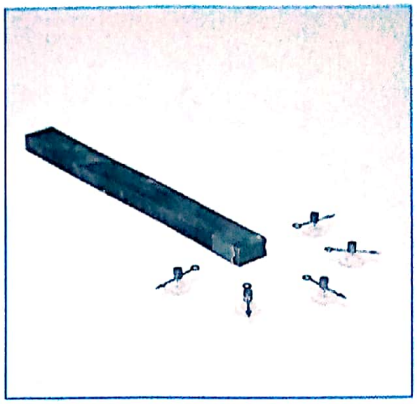


Fig. 3. *Champ magnétique d'un aimant droit ★*

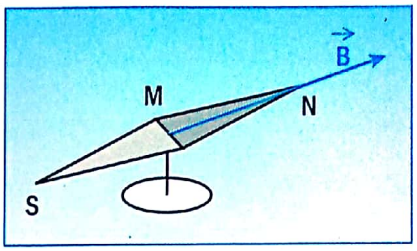


Fig. 4. *Vecteur champ magnétique au point M, analysé à l'aiguille aimantée*

2.2 Mesure du champ magnétique

On mesure le champ magnétique à l'aide d'un teslamètre (fig. 5). L'unité internationale de champ magnétique est le tesla (T). Le teslamètre est, en quelque sorte, un voltmètre équipé d'une sonde à effet Hall. Placée dans un champ magnétique, cette sonde délivre une tension U_h proportionnelle à ce champ. La mesure de cette tension, appelée tension de Hall, permet d'accéder à la valeur du champ magnétique.

Remarque

La sonde de Hall ne mesure que la composante du champ magnétique perpendiculaire au plan de la plaquette dont elle est constituée (fig. 6).

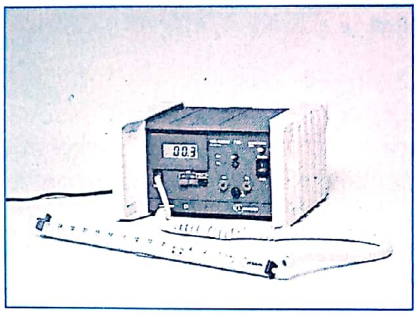


Fig. 5. *Un teslamètre ★*

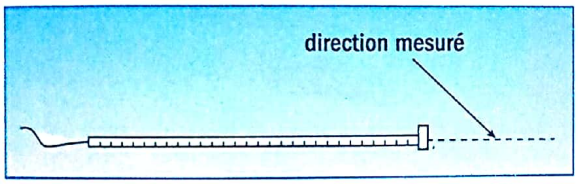


Fig. 6. *La sonde de Hall*

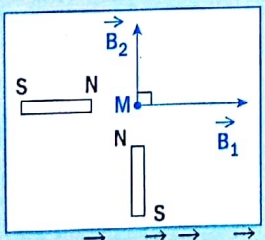
2.3 Composition de champs magnétiques

Considérons un point M de l'espace où deux sources S_1 et S_2 créent respectivement deux champs magnétiques $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ au point M.
Le champ magnétique résultant $\vec{B}$ est égal à la somme des champs $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

EXERCICES D'APPLICATION

Déterminer le champ magnétique au point M.
$B_1 = 2.10^{-2}$T et $B_2 = 1,5.10^{-2}$T



SOLUTION

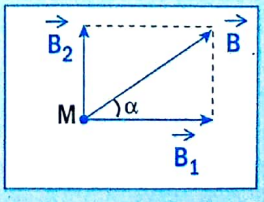
Le champ magnétique B est la somme de $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ ($\vec{B}_1 \perp \vec{B}_2$)

$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{0,02^2 + 0,015^2} = 0,025$

$B = 25.10^{-3}$ T

$\tan \alpha = \frac{B_2}{B_1} = \frac{15.10^{-3}}{20.10^{-3}} = 0,75$ d'où $\alpha = 36,9°$

Le champ magnétique $\vec{B}$ fait un angle de 36,9° par rapport à $\vec{B}_1$.



Scanné avec CamScanner

3 LES SOURCES DE CHAMP MAGNÉTIQUE

3.1 La Terre

La Terre possède un champ magnétique (fig. 7). Les navigateurs l'utilisent pour s'orienter. La Terre est équivalente, en première approximation, à un aimant droit dont le pôle sud magnétique serait situé au pôle nord géographique. Le champ magnétique terrestre est faible. Sa composante horizontale vaut environ 2.10^{-5} T. Sauf indication contraire, on négligera le champ magnétique terrestre au cours des expériences et des problèmes.

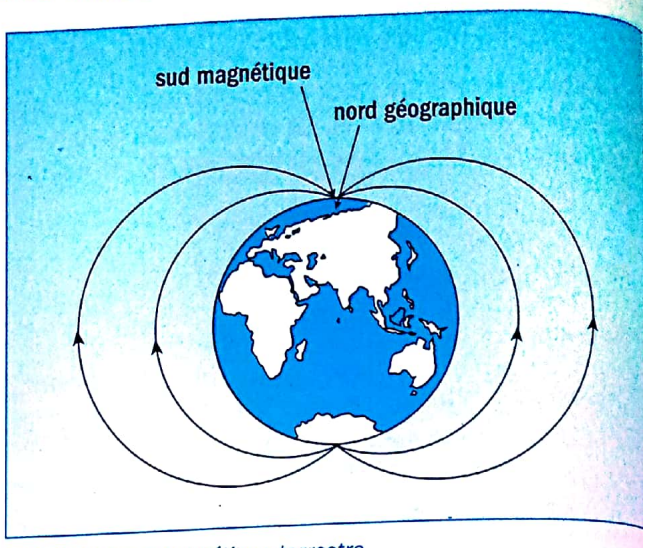


Fig. 7. *Champ magnétique terrestre*

3.2 Les aimants

Il existe des aimants naturels (oxyde magnétique de fer Fe_3O_4) et des aimants artificiels qui sont des alliages à base de fer, de cobalt et de nickel (fig. 8).

Exemple
Les aimants alnico sont essentiellement constitués de fer, d'aluminium, de nickel et de cobalt. À ces matériaux, on ajoute du cuivre ou du titane.

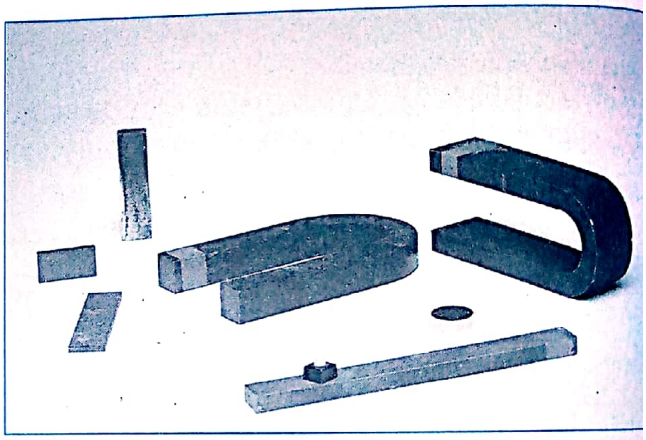


Fig. 8. *Divers aimants* ⋆

3.3 Les courants électriques

3.3.1 L'expérience d'Œrsted (fig. 9).

Plaçons un conducteur rectiligne parallèlement à une aiguille aimantée. Lorsque le conducteur est parcouru par un courant continu d'intensité suffisante ($\simeq$ 2A), l'aiguille tend à s'orienter perpendiculairement au conducteur. La dérivation de l'aiguille aimantée change de sens lorsqu'on inverse le sens du courant.

Un conducteur parcouru par un courant crée un champ magnétique autour de lui. Le sens du champ magnétique est lié au sens du courant.

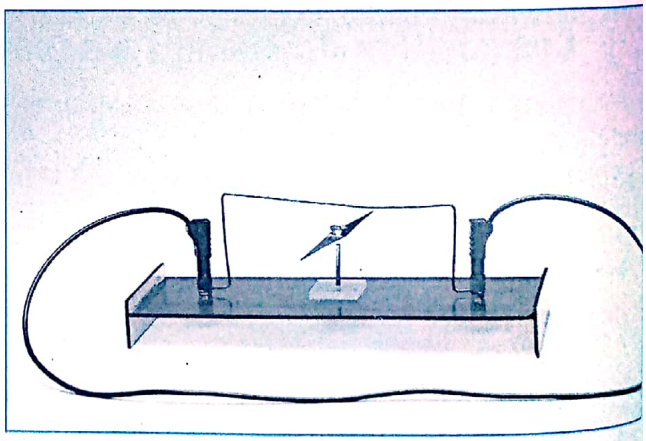


Fig. 9. *L'expérience d'Œrsted* ⋆

Remarque :
Une étude plus approfondie montre que toute particule chargée en mouvement crée un champ magnétique, ce qui permet de comprendre que des sources aussi différentes que la Terre, l'aimant ou le courant puissent créer des champs magnétiques.

Scanné avec CamScanner

3.3.2 Sens du champ magnétique créé par un courant électrique

Il existe plusieurs règles pratiques pour déterminer le sens du champ magnétique en un point de l'espace. Nous énonçons ici la règle dite **règle de l'observateur d'Ampère** (fig. 10).

Un observateur, placé sur le conducteur de sorte que le courant circule de ses pieds vers sa tête, voit, en un point M, le champ magnétique orienté vers sa gauche.

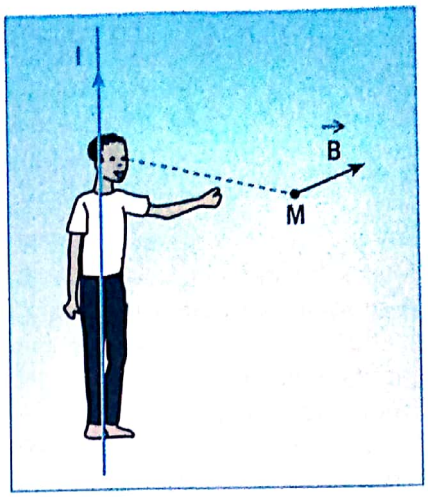


Fig. 10. *Règle de l'observateur ou bonhomme d'Ampère*

3.4 Ordres de grandeur

En pratique, les champs magnétiques que nous rencontrons seront, pour la plupart, inférieurs au tesla. Voici quelques ordres de grandeur :

Sources	Valeurs
Cerveau	8.10^{-5} T
Aiguille aimantée	10^{-9} T
La Terre	24 à 70.10^{-6} T
Aimant	10^{-3} à 0,3 T
Électroaimant en recherche	1 à 35 T
Étoile à neutrons	$\cong 10^{+8}$ T

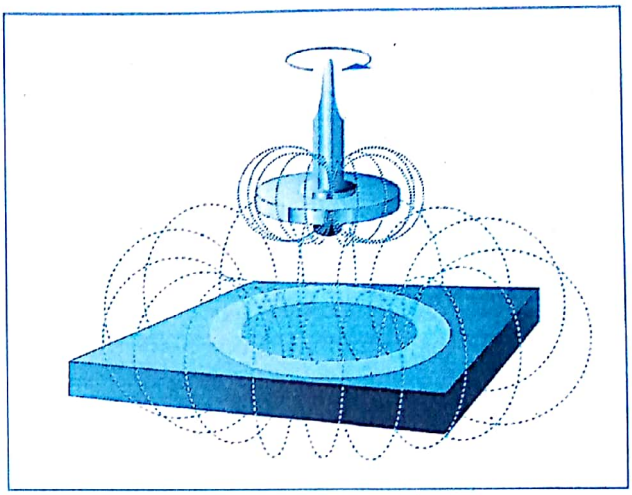


Fig. 11. *Une expérience de lévitation magnétique*

4 LES INTERACTIONS MAGNÉTIQUES

4.1 Interaction aimant-aimant

Rappelons quelques propriétés des aimants que nous connaissons depuis le collège.
– Un aimant possède deux pôles (nord et sud).
– Deux pôles de même nom se repoussent tandis que deux pôles de noms différents s'attirent (fig. 11).
– Un aimant brisé donne deux aimants.

4.2 Interaction aimant-courant

Approchons un aimant d'une bobine plate parcourue par un courant et suspendue à une potence. L'une des faces est repoussée et l'autre attirée par le pôle nord de l'aimant (fig. 12).

Une bobine parcourue par un courant se comporte comme un aimant. Elle possède une face sud et une face nord (fig. 13).

Remarque
Comme on peut le prévoir, une interaction entre deux bobines est analogue à celle entre deux aimants.

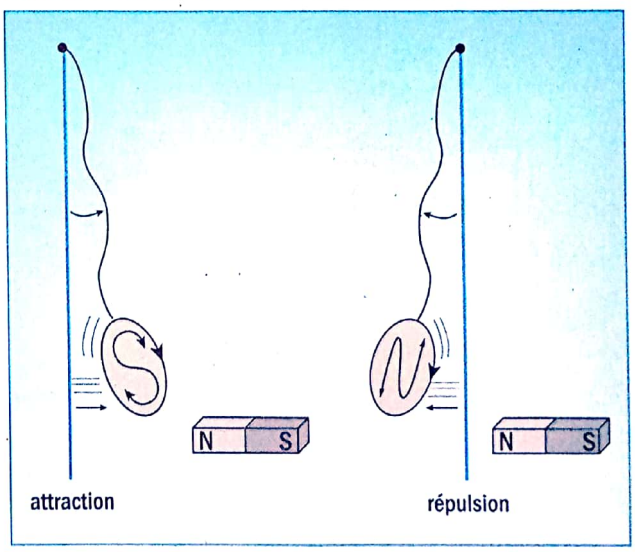


Fig. 12. *Interaction aimant-courant*

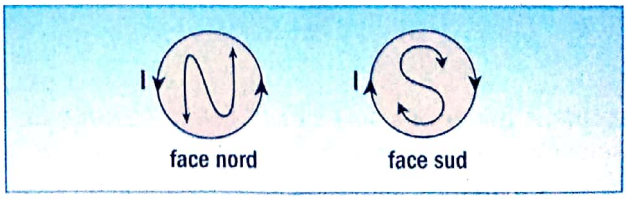


Fig. 13. *Une astuce pour retrouver le nom des faces d'une bobine*

Scanné avec CamScanner

5 LES SPECTRES MAGNÉTIQUES

5.1 Ligne de champ

Une plaque de verre, saupoudrée de limaille de fer, est placée dans un champ magnétique. Les grains de fer s'aimantent et s'orientent suivant le champ. Ils forment alors des lignes appelées lignes de champ magnétique. L'ensemble de ces lignes de champ constitue le spectre magnétique (fig. 14).

Propriétés des lignes de champ :

– les lignes de champ sont en nombre infini,

– les lignes de champ sont des courbes fermées qui ne se coupent jamais,

– le vecteur champ magnétique en un point est tangent à la ligne de champ passant par ce point,

– le sens de la ligne de champ en un point donné est celui du vecteur champ magnétique en ce point.

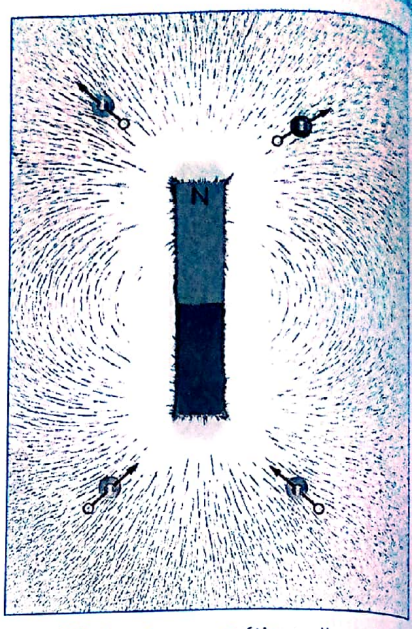


Fig. 14. *Spectre magnétique d'un aimant droit ⋆*

5.2 Cas d'un aimant droit

Les lignes de champ sortent par le pôle nord et entrent par le pôle sud (fig. 15). Les lignes de champ sont plus resserrées vers les pôles où le champ magnétique est plus intense.

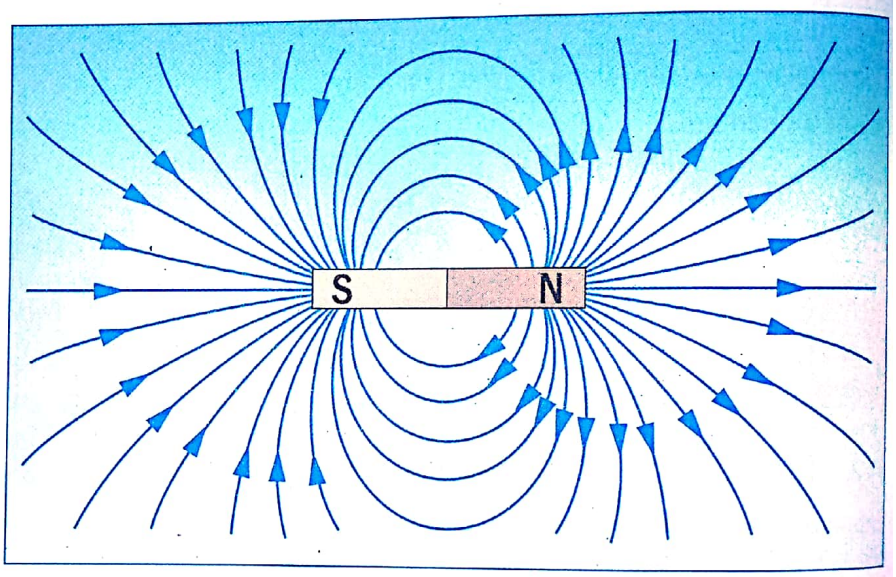


Fig. 15. *Lignes de champ d'un aimant droit*

5.3 Cas d'un aimant en U

Entre les pôles, les lignes de champ sont parallèles. En explorant cet espace à l'aide d'une sonde, on constate que le champ magnétique a une valeur constante. **Le champ magnétique entre les pôles d'un aimant en U est uniforme** (fig. 16).

5.4 Cas d'un solénoïde

Un solénoïde est une bobine dont la longueur est au moins supérieure à dix fois son rayon. À l'intérieur du solénoïde, les lignes de champ sont parallèles. À l'extérieur, le spectre est semblable à celui d'un aimant droit (fig. 17-1 et 17-2).

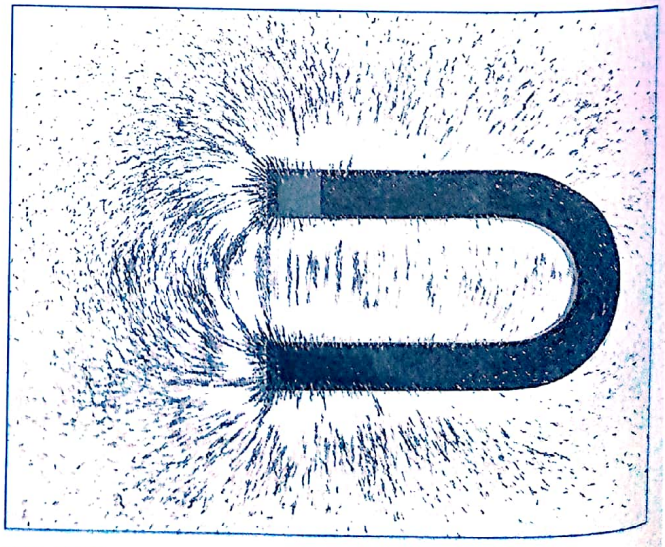


Fig. 16. *Lignes de champ d'un aimant en U ⋆*

Scanné avec CamScanner

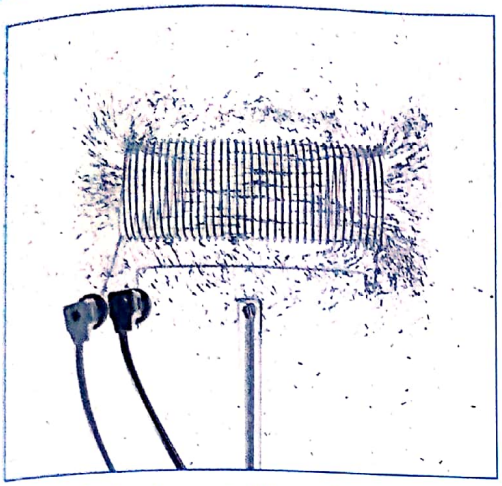


Fig. 17-1. Spectre magnétique d'un solénoïde *

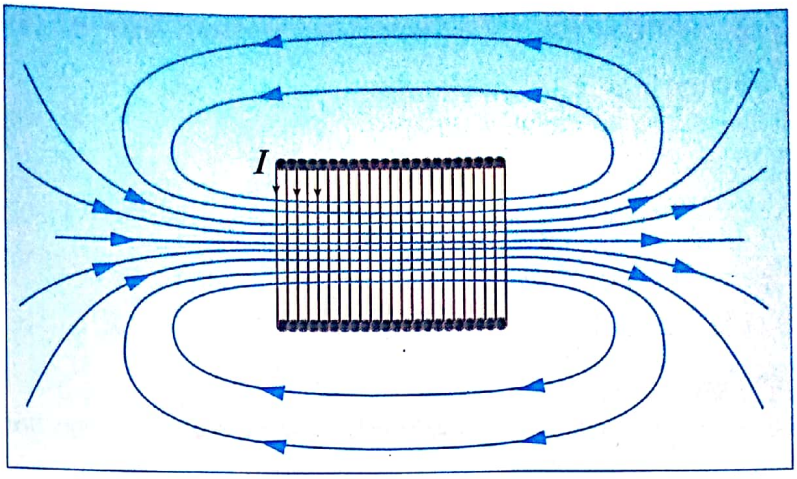


Fig. 17-2. Lignes de champ créées par un solénoïde

6 CHAMP MAGNÉTIQUE CRÉÉ PAR UN SOLÉNOÏDE

À l'intérieur du solénoïde, les lignes de champ sont parallèles. Quelques mesures sur l'axe de la bobine montrent que la valeur de B est constante. **Le champ magnétique, à l'intérieur d'un solénoïde, est uniforme.**

Comment varie B en fonction de l'intensité de courant et des caractéristiques géométriques du solénoïde ?

6.1 Influence de l'intensité du courant

À l'aide du montage de la figure 18, mesurons le champ magnétique au centre du solénoïde pour quelques valeurs de l'intensité du courant.

I (A)	0,5	1	1,5
B (mT)	0,3	0,6	0,9
B/I ($T.A^{-1}$)	$1,6.10^{-3}$	$1,6.10^{-3}$	$1,6.10^{-3}$

Le rapport B/I est constant.
Le champ magnétique, à l'intérieur d'un solénoïde, est proportionnel à l'intensité du courant électrique qui le parcourt.

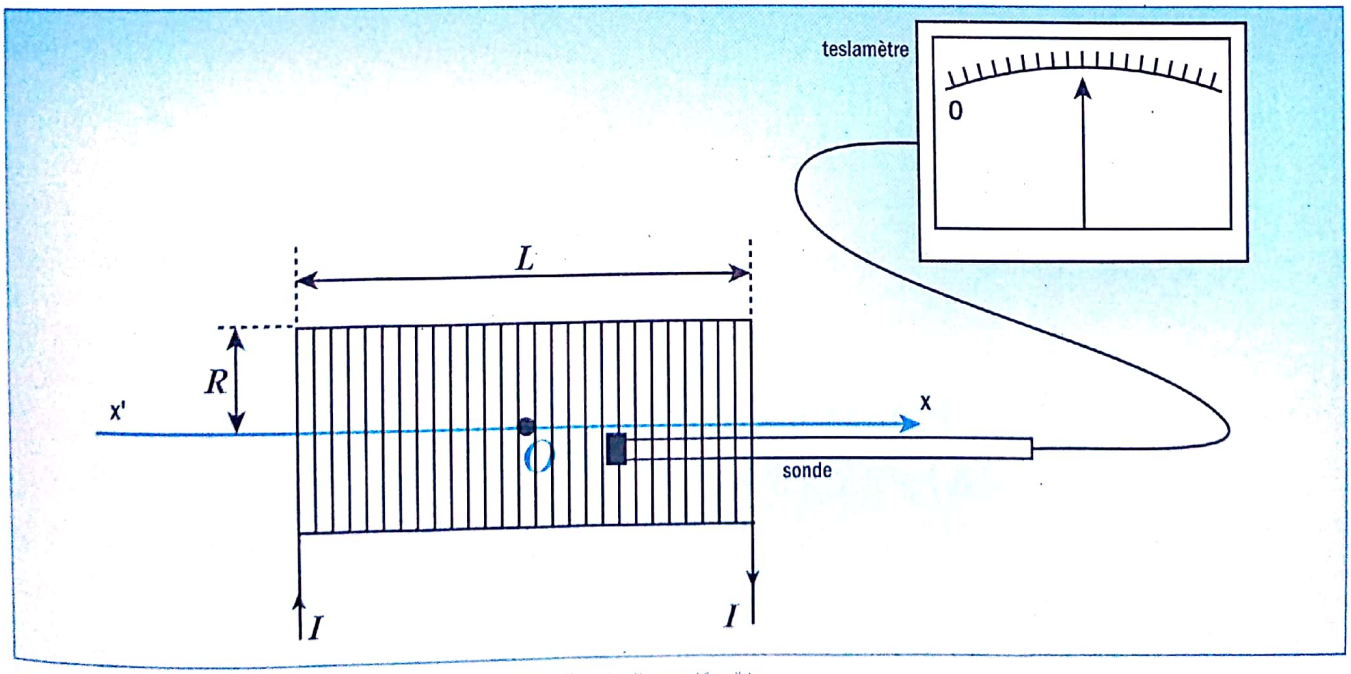


Fig. 18. Mesure de la valeur du champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde

Scanné avec CamScanner

6.2 Influence du nombre de spires par mètre

L'intensité étant fixée, mesurons B au centre du solénoïde comportant plusieurs couches de spires. On obtie
B pour quelques valeurs du nombre n de spires par unité de longueur.

n (spires/m)	485	970	1455
B (mT)	0,6	1,2	1,8
$\frac{B}{n}$	$1,24.10^{-6}$	$1,24.10^{-6}$	$1,24.10^{-6}$

Le rapport B/n est constant.
Le champ magnétique, à l'intérieur d'un solénoïde, est proportionnel au nombre de spires par mètre.

6.3 Conclusion

Le champ magnétique, à l'intérieur d'un solénoïde, est proportionnel à l'intensité du courant électrique (
le traverse et au nombre de spires par unité de longueur de ce solénoïde.

Nous admettrons l'expression suivante pour un solénoïde infiniment long.

$B = \mu_0.n.I$ $\left\{ \begin{array}{l} n = \frac{N}{L} \text{ ou N est le nombre de spires et L la longueur du solénoïde en mètre} \\ \text{I est l'intensité du courant en ampère} \end{array} \right.$

La constante μ_0. est appelée perméabilité absolue du vide.
Dans le système international d'unités, $\mu_0 = 4\ \pi\ 10^{-7}$ S.I.

Remarque
En classe de première, nous avons introduit la permittivité du vide ε_0. On montre que $\varepsilon_0 \mu_0 C^2 = 1$

L'essentiel

- Une aiguille aimantée, en rotation libre autour d'un axe, permet de détecter un champ magnétique.
- En un point donné, la direction du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ est donnée par l'axe de l'aiguille aimantée.
- Le sens de $\vec{B}$ va du pôle sud au pôle nord de l'aiguille aimantée.
- Un champ magnétique, à l'intérieur d'un solénoï est uniforme et dirigé suivant l'axe du solénoï On détermine son sens par la règle de l'obser teur d'Ampère. Sa valeur est :

$B = \mu_0.n.I$ $\left\{ \begin{array}{ll} B & \text{en tesla (T)} \\ n & \text{en spires par mètre } (m^{-1}) \\ I & \text{en ampère (A)} \end{array} \right.$

- Le champ magnétique est nul à l'extérieur d' solénoïde infiniment long.

Scanné avec CamScanner

ACTIVITÉ EXPÉRIMENTALE

OBJECTIFS

- Vérifier la règle de l'observateur d'Ampère.
- Mesurer le champ magnétique créé par un solénoïde.
- Vérifier l'additivité de deux champs magnétiques.
- Vérifier la relation $B = \mu_0 . n . I$ pour un solénoïde long.

MATÉRIEL :

- *Un teslamètre équipé d'une sonde à effet Hall.*
- *Un interrupteur.*
- *Un voltmètre.*
- *Un ampèremètre.*
- *Une alimentation stabilisée 6 V, 5 A.*
- *Un rhéostat 33 Ω ; 3 A.*
- *Un solénoïde à deux enroulements.*
- *Un aimant droit.*
- *Une aiguille aimantée sur un support.*
- *Des fils de connexion.*

CHAMP MAGNÉTIQUE CRÉÉ PAR UN SOLÉNOÏDE PARCOURU PAR UN COURANT CONTINU

CONSIGNES

- *La sonde de Hall devra être mise sous tension 15 min avant le début des mesures.*
- *La sonde de Hall ne mesure que la composante du champ magnétique normale à la plaquette dont elle est constituée (c'est-à-dire la composante suivant l'axe du support de la sonde). On veillera donc à orienter correctement la sonde avant les mesures.*
- *Régler le zéro du teslamètre avant chaque série de mesures.*

Activité 1 : Déterminer le sens du champ magnétique $\vec{B}$ à l'aide du teslamètre

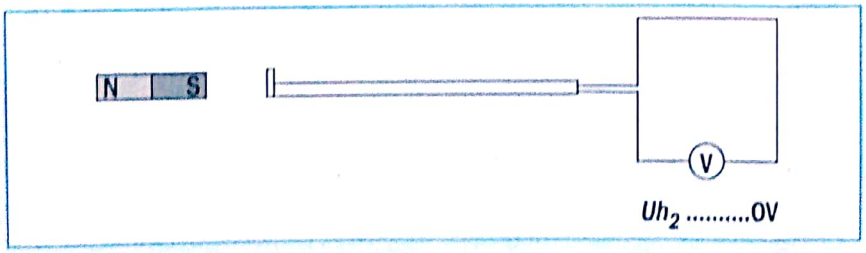
1. Dispositif expérimental

■ Il est composé d'un teslamètre et sa sonde, d'un aimant droit et d'un solénoïde.

2. Manipulation

■ Placer la sonde sur un support. Régler le zéro du teslamètre pour éliminer l'influence du champ magnétique terrestre. Approcher le pôle nord de l'aimant de la sonde et noter le signe de la tension mesurée. Indiquer, sur le schéma ci-dessous, le sens du vecteur champ magnétique au voisinage du pôle nord de l'aimant.

■ Approcher le pôle sud de l'aimant de la sonde et noter le signe de la tension mesurée.
Indiquer, sur le schéma ci-dessous, le sens du vecteur champ magnétique au voisinage du pôle nord de l'aimant.



Scanné avec CamScanner

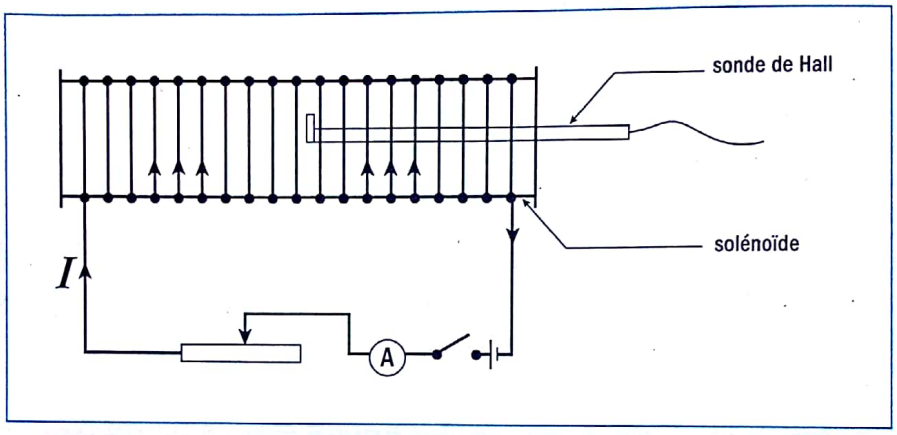
3. Exploitation des résultats

- Déduire le sens de $\vec{B}$ en fonction du signe de la tension de Hall mesurée dans le cas d'un solénoïde.
- Vérifier le résultat à l'aide d'une aiguille aimantée.
- Mesurer le champ magnétique sur l'axe du solénoïde, puis à l'extérieur.
- Vérifier que le sens de $\vec{B}$ est conforme à la règle de l'observateur d'Ampère.
- Comment varie le champ magnétique lorsqu'on déplace la sonde du centre du solénoïde vers une extrémité
- Quelle est la valeur du champ autour du solénoïde ?

Activité 2 : Additivité des champs magnétiques

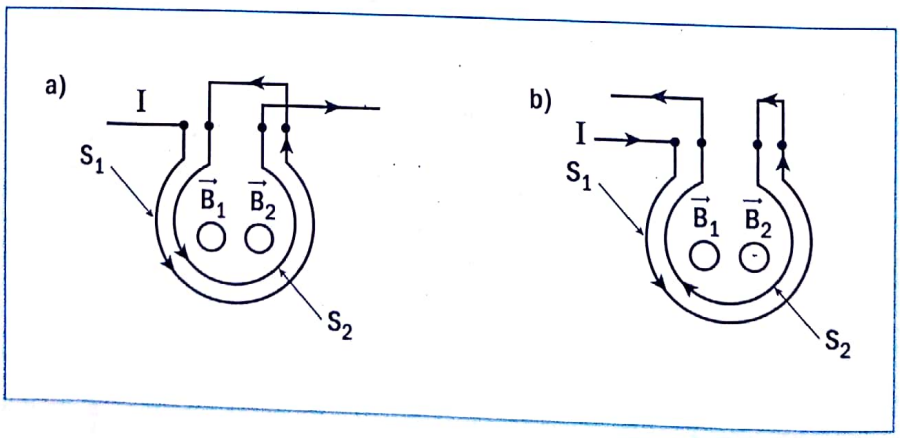
1. Dispositif expérimental

- Les deux enroulements S_1 et S_2 du solénoïde sont utilisés comme deux sources autonomes de champs $\vec{B}_1$ et
- On étudie le champ résultant en fonction du sens de circulation du courant électrique dans les enroulemen



2. Manipulation

- Le nombre de spires par unité de longueur est le même pour les deux enroulements.
- Placer le teslamètre au centre du solénoïde.
- Régler le zéro du teslamètre en circuit ouvert (I = 0).
- Fixer l'intensité à 1, 5 A.
- Préciser l'orientation des vecteurs champs $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ des schémas a) et b).
- Mesurer la valeur du champ $\vec{B}$ au centre du solénoïde dans chaque cas.



3. Exploitation des résultats

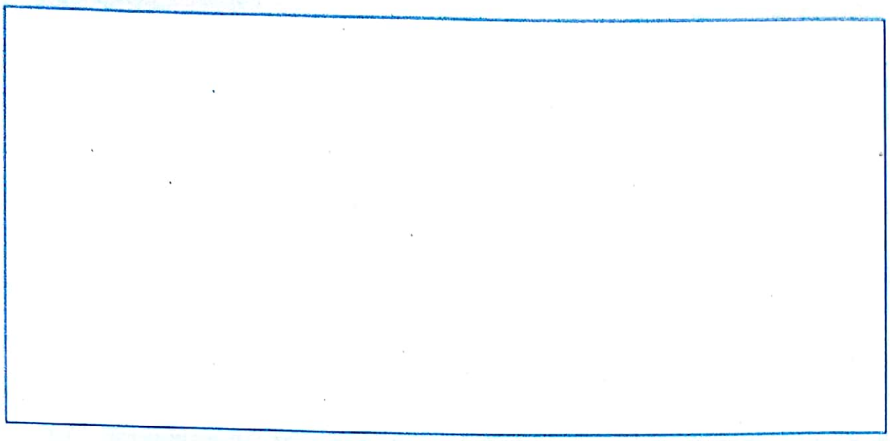
- La relation $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ est-elle vérifiée ?

Scanné avec CamScanner

Activité 3 : Variation du champ au centre du solénoïde en fonction de l'intensité du courant

1. Dispositif expérimental

- Réaliser le montage ci-dessous :



2. Manipulation

- Prendre n = 200 spires (L = 41,2 cm).
- Vérifier le zéro du teslamètre.
- Mesurer B pour différentes valeurs de l'intensité I du courant.
- Compléter le tableau suivant :

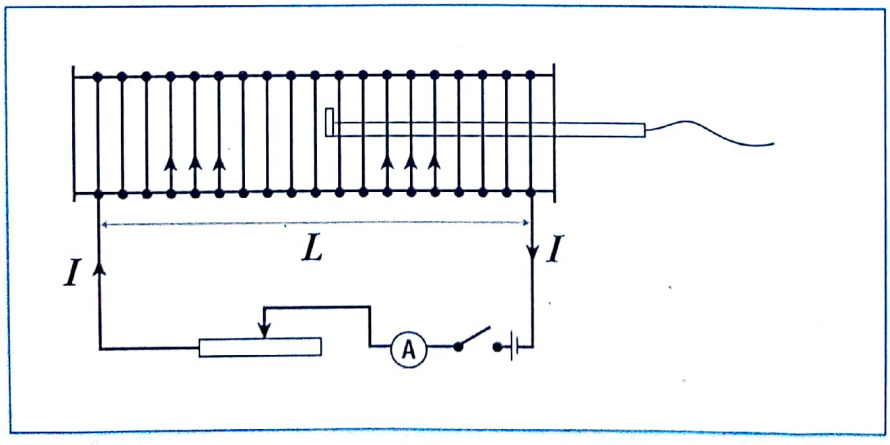
I en A	0	0,5	1,0	1,5	2,0
B en mT					

3. Exploitation des résultats

- Représenter graphiquement B en fonction de I.
- Déterminer, à partir de la représentation graphique, la perméabilité du vide.
- Comparer la valeur trouvée à la valeur théorique $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ S.I.
- Calculer la précision de la mesure.

Activité 4 : Notion de solénoïde long

1. Dispositif expérimental



Scanné avec CamScanner

2. Manipulation

- Prendre I = 2 A.
- Le diamètre moyen des spires est D = 5 cm.
- Mesurer le champ B pour différentes valeurs de L.
- Compléter le tableau suivant :

Longueur du solénoïde L en cm	2,1	4,2	8,2	12,4	20,6	28,8	41,2
$\frac{L}{D}$							
B en mT							

3. Exploitation des résultats

- Calculer la valeur théorique $B_{th} = \mu_0 n I$.
- À partir de quelle valeur du rapport L/D B = B_{th} à 1 % près ?
- Un solénoïde long est un solénoïde tel que le champ, en son centre, est indépendant de sa longueur.
- À partir de quelle valeur du rapport L/D peut-on considérer que le solénoïde est long ?

EXERCICES

Vérifions nos connaissances

1

1.1 Donner le nom de deux sources de champ magnétique uniforme.

1.2 Deux lignes de champ magnétique peuvent-elles se couper en un point où le champ est non nul.

2 « Vrai » ou « faux »

2.1 En brisant un aimant en morceaux suffisamment petits, on peut arriver à séparer le pôle nord du pôle sud.

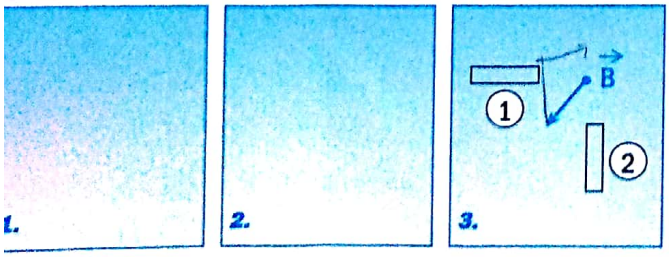
2.2 Dans un spectre magnétique, les lignes de champ resserrées indiquent les zones où le champ est plus intense.

2.3 Les lignes de champ n'existent qu'à l'extérieur d'un aimant.

2.4 L'unité internationale de champ magnétique est le tesla.

2.5 Une aiguille aimantée dévie au voisinage d'une tige de verre frottée avec de la peau de chat.

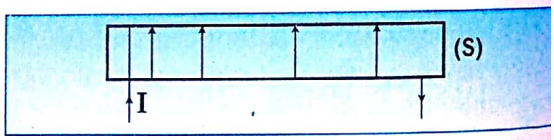
3 Dans chacun des cas suivants :



3.1 Représenter les champs magnétiques $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ créé par les aimants ① ②.

3.2 En déduire la polarité de ces aimants que l'on ma quera sur la figure par les lettres N et S.

4



(S) est un solénoïde long comportant n = 500 spires pa mètre, parcouru par un courant d'intensité I = 4 A.

Donnez deux caractéristiques du champ magnétique cré par le solénoïde (S).

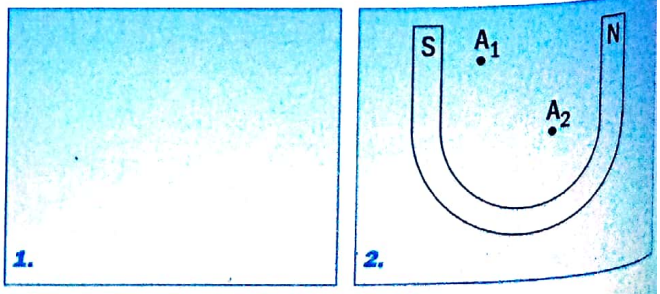
4.1 Représenter le champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur de l bobine (direction et sens).

4.2 Donner l'expression de l'intensité du champ magnétique

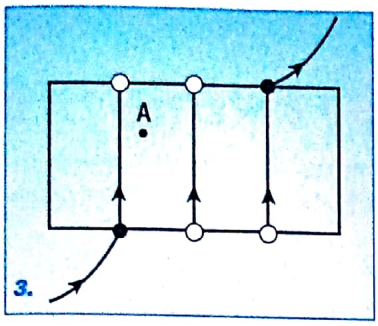
4.3 Calculer la valeur de $\vec{B}$. On donne $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ S.I.

5

5.1 Représenter, en chacun des points A des figures ci-dessous, le vecteur champ magnétique (direction et sens).



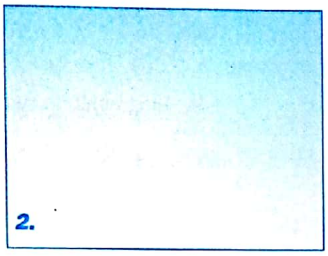
Scanné avec CamScanner

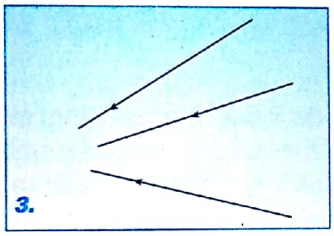


5.2 Quelle caractéristique présente le champ magnétique dans les cas 2 et 3.

6 On a représenté, ci-dessous, quelques lignes de champ.

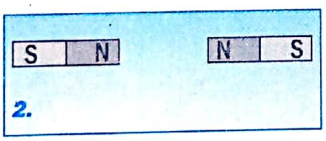
6.1 Dans quel cas le champ magnétique est-il uniforme ?





6.2 Donner le nom d'un dispositif pouvant créer un champ magnétique uniforme.

7 Représenter quelques lignes de champ entre les deux aimants sur les figures ci-dessous :



8 Une bobine possède 800 spires de rayon moyen 2,5 cm. Sa longueur est ℓ = 40 cm.

8.1 Peut-on assimiler cette bobine à un solénoïde infiniment long ? Justifier votre réponse.

8.2 Donner l'expression du champ magnétique au centre de cette bobine lorsqu'elle est parcourue par un courant continu d'intenté I.

8.3 Calculer la valeur de ce champ magnétique pour I = 2 A. On donne $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ S.I.

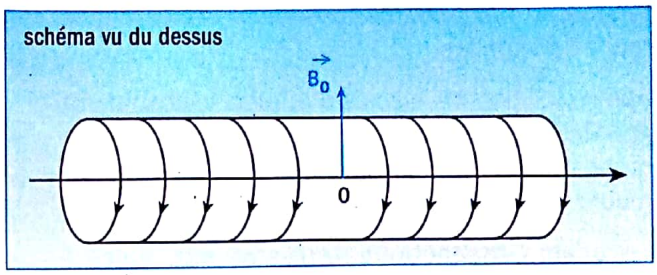
Appliquons nos connaissances

9 Dans cet exercice, on néglige le champ magnétique terrestre. Une bobine de longueur ℓ = 20 cm, comporte N = 150 spires de rayon moyen R = 2 cm, $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ S.I.

9.1 Le champ magnétique, au centre de la bobine, vaut B = 2 mT.

Calculer l'intensité du courant dans la bobine.

9.2 La bobine est maintenant parcourue par un courant d'intensité I' = 5 A et placée dans un champ magnétique uniforme de valeur B_0 = 3 mT. L'axe de la bobine et le champ $\vec{B_0}$ sont perpendiculaires.



a) Représenter, sur un schéma clair, $\vec{B_0}$ et $\vec{B'}$ (champ créé par la bobine).

b) Quelle direction prendrait une aiguille aimantée placée en O?

c) Calculer la valeur du champ magnétique résultant en O.

10 À l'aide d'un teslamètre, on mesure le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde en fonction de l'intensité du courant qui le parcourt. On obtient les résultats suivants :

I (A)	0	1,0	2,0	3,0
B (mT)	0	2,0	4,2	5,8

10.1 Représenter graphiquement la fonction B = f(I).

Échelle : 1 cm ⟷ 1 mT

2,5 cm ⟷ 1 A

10.2 Déterminer, à partir du graphique, la perméabilité du vide. On donne n = 1600 spires.m^{-1}.

11 Un solénoïde est constitué d'un enroulement de fil de diamètre d = 1 mm, recouvert de vernis isolant d'épaisseur négligeable. Les spires sont jointives et assimilées à des cercles parfaits de rayon r = 2, 5 cm.

11.1 Calculer le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde.

11.2 La longueur du fil de cuivre utilisé est L = 62,8 m. Calculer la longueur ℓ du solénoïde. Peut-on considérer ce solénoïde comme infiniment long ?

11.3 Le solénoïde est branché aux bornes d'un générateur de courant continu de f.é.m 12 V et de résistance interne 3 Ω. On néglige la résistance du solénoïde. Calculer l'intensité du courant dans le solénoïde. Calculer le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

11.4 Le solénoïde est maintenant placé dans un endroit où règne un champ magnétique uniforme horizontal de valeur $B_h = 2.10^{-5}$ T. En l'absence de courant électrique, une aiguille aimantée, placée au centre du solénoïde, s'oriente perpendiculairement à l'axe du solénoïde. On établit un courant continu d'intensité I = 0,01 A. De quel angle dévie l'aiguille aimantée ?

Scanné avec CamScanner

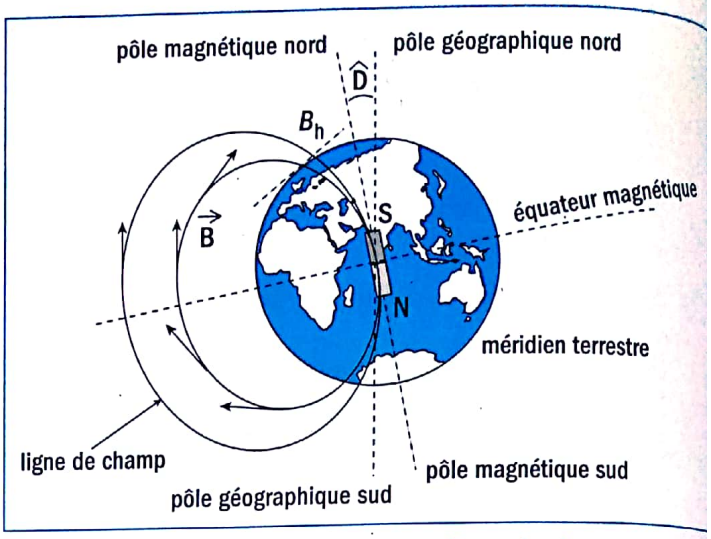
Document

LE CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE

« Le champ magnétique terrestre reste un personnage secret, même pour ses intimes », se plaisait à dire Émile Thellier, l'un des pionniers français du paléomagnétisme, c'est-à-dire de l'étude du magnétisme fossilisé dans certaines roches naturelles.

Après plus de trois siècles d'études, le champ magnétique de la Terre est, en effet, l'un des phénomènes planétaires les mieux décrits, mais il demeure, paradoxalement, l'un des plus mystérieux.

Le champ magnétique terrestre est, jusqu'à quatre rayons terrestres du centre, assimilable à celui que créerait un barreau aimanté (dipôle magnétique) placé à l'intérieur du globe et incliné d'environ 11° sur l'axe de rotation de la Terre (doc. 1).



1. *Disposition magnétique des pôles et des lignes du champ magnétique terrestre*

En réalité, ce que l'on appelle pôle magnétique nord de la Terre est, aux yeux des physiciens, un pôle sud, ca les lignes de champ pénètrent par ce pôle.

Quelle est l'origine de ce champ ?

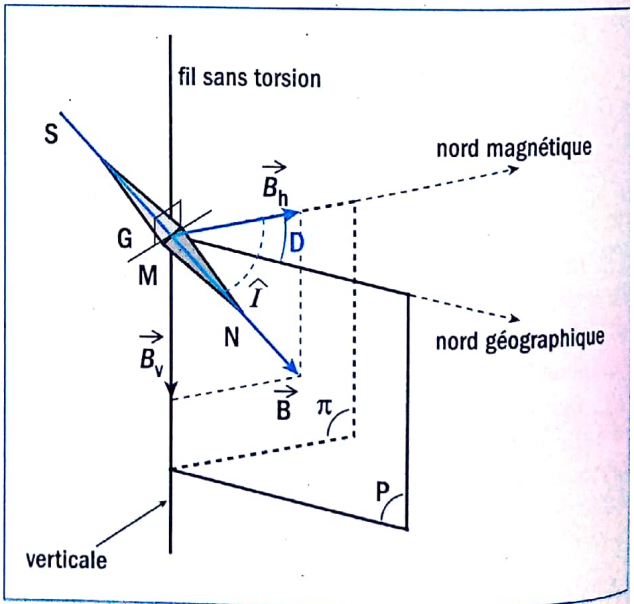
Il est admis que le centre du globe est occupé par un noyau métallique de 3 500 km de rayon, essentiellemen constitué de fer. Celui-ci comporte une partie centrale solide (noyau interne) et une partie externe fluide (noyau externe). Dans ce noyau, la température est la même qu'à la surface du Soleil (5 800° C) et la pression vau plusieurs millions d'atmosphères !

Pour expliquer l'existence du champ magnétique terrestre, on imagine des courants électriques provoqués pa les mouvements de convection dans le noyau externe fluide conducteur.

Ceux-ci contribuent au champ magnétique terrestre. Le phénomène s'auto-entretient, car la rotation de la Terre a pour conséquence le déplacement du fluide conducteur dans le champ magnétique terrestre. Il en résulte des courants induits qui créent, à leur tour, un champ magnétique. En 1958, Rikitake a proposé un modèle de dynamo auto-excitée fonctionnant selon le principe décrit ci-contre.

Les caractéristiques (doc. 2) du champ magnétique terrestre ne demeurent pas constantes au cours du temps. Les relevés de sa valeur et de sa direction (réalisés depuis le milieu du XVIe siècle en différents points de la surface du globe pour l'établissement des cartes marines) font apparaître d'importantes variations.

Ils révèlent, entre autres, une décroissance lente, mais continue, de la valeur du champ qui, si elle se poursuivait, entraînerait la disparition du champ dans 2 000 ans environ. D'autre part, on constate une dérive vers l'ouest de la composante horizontale du champ.



2. *En France, le champ magnétique terrestre $\vec{B}$ plonge vers le sol.*
- D : angle de déclinaison ; à Paris : D = 5,5°
- I : angle d'inclinaison ; à Paris : I = 64,5°
- $\vec{Bh}$ composante horizontale du champ magnétique terrestre ; actuellement $B_h = 2.10^{-5}$ T ; B_h est dirigé vers l'ouest.

Scanné avec CamScanner

Un fait encore plus surprenant est l'inversion du sens du champ magnétique terrestre constatée lors de l'étude des couches de laves volcaniques solidifiées qui gardent la mémoire de l'orientation de celui-ci.
L'ensemble des observations montre que le champ magnétique terrestre s'est inversé de nombreuses fois. Si les périodes, où l'orientation du champ reste stable, ont des durées très longues, les phases de renversement sont beaucoup plus rapides et se succèdent de façon complètement aléatoire. Des physiciens s'intéressent actuellement à ce phénomène et essaient de l'interpréter avec la théorie du chaos déterministe.

(D'après Physique Terminale S, Collection Durandeau, Hachette Livre 1995.)

LA SOURIS QUI LÉVITE

Le premier animal au monde qui lévitera est une souris de Grenoble.

Pour comprendre ce phénomène sans précédent, il faut rappeler quelques principes. Toute matière réagit à un champ magnétique, mais le fait différemment selon qu'elle est diamagnétique, paramagnétique ou ferromagnétique.

La plupart des substances, et en particulier tous les composés organiques (bois, plastiques, tissus animaux), sont diamagnétiques, c'est-à-dire que, dans un champ magnétique, leur orientation est contraire à celle de ce champ. Les matériaux paramagnétiques sont moins courants : ce sont quelques gaz, dont l'oxygène, quelques métaux, dont le chrome et l'aluminium ; ils s'aimantent dans le même sens que le champ mais de façon beaucoup plus faible. Enfin, les ferromagnétiques sont encore plus rares ; ce sont le fer, le nickel, le cobalt, certains alliages, dont la réaction à un champ magnétique est très marquée. Ils s'orientent en accord avec le champ.

Avec les matériaux diamagnétiques et paramagnétiques, il faut des champs très intenses pour que les effets soient manifestes. Aussi Éric Beaugnon et son équipe, du Centre de recherches sur les très basses températures à Grenoble, vont-ils utiliser, pour faire léviter une souris, un double électro-aimant capable de produire des inductions magnétiques allant jusqu'à 27 teslas. Cet électro aimant est constitué d'une bobine de cuivre d'axe vertical, entourée d'une bobine supraconductrice refroidie à l'hélium liquide ; celle-ci ne présente plus aucune résistance au passage du courant ; on peut donc y faire circuler des intensités très élevées qui engendrent un champ magnétique d'une puissance considérable.

Lors de leurs premiers essais, les expérimentateurs avaient placé des objets de l'ordre du centimètre cube dans un tube placé au centre des bobines. Les corps diamagnétiques réagissant de manière contraire au fer, comme on l'a vu plus haut, ils ne sont pas attirés à l'intérieur du bobinage mais repoussés. On peut ainsi faire léviter de l'eau, du graphite et du bismuth.

L'interprétation du diamagnétisme est complexe. Pour la simplifier, disons que le champ modifie l'orbite des électrons autour des atomes du matériau diamagnétique ; le champ propre à ces électrons se trouve ainsi orienté en sens contraire de celui qui les a déplacés. Il y a donc répulsion entre les deux et c'est cette force, appliquée à tous les électrons du matériau, qui le soutient contre la pesanteur.

Mais la force en question est faible et il faut un champ intense appliqué à des objets de masse réduite pour que les effets en soient manifestes. De plus, l'intensité du champ diminue beaucoup dès qu'on s'éloigne du centre des bobines et l'expérience se limite donc à une très petite zone à l'intérieur du tube. Beaugnon a donc rappelé, pour tempérer les imaginations, qu'on ne pouvait pas mettre un homme en lévitation. En revanche, une souris est assez petite pour entrer dans le tube et assez légère pour être soulevée par le champ.

Relevons que le type de lévitation par diamagnétisme est stable, contrairement à la sustentation fondée sur le ferromagnétisme qui est mise en jeu sur les trains et qui, elle, est instable : il faut d'autres aimants de chaque côté pour maintenir les wagons au-dessus de la piste. Avec le diamagnétisme, on peut ainsi maintenir certaines substances à l'abri de tout contact avec les parois d'un récipient et donc obtenir, par exemple, des cristaux organiques parfaitement purs, utiles dans l'étude des virus. Ce n'est donc pas pour s'amuser qu'on étudie ce mode de lévitation.

(Renaud de La Taille, Science et Vie n°885, Juin 1991.)

Scanné avec CamScanner

PHYSIQUE

7 MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE UNIFORME

OBJECTIFS

- Connaître les caractéristiques de la force de Lorentz.
- Déterminer le mouvement d'une particule dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire à la vitesse initiale de cette particule.

L'image de télévision est formée par l'impact des électrons qui frappent les éléments luminophores recouvrant la face intérieure de l'écran. Ces électrons sont déviés par un champ magnétique.

- *À quelle loi obéit le mouvement d'un électron dans un champ magnétique ?*

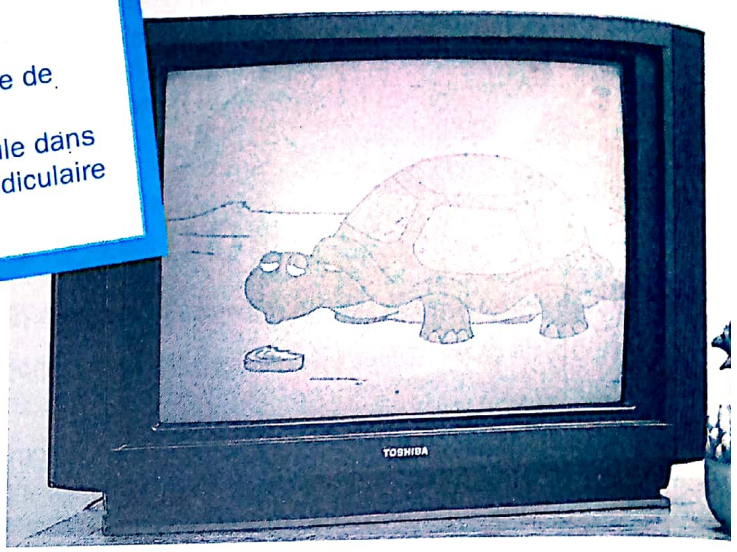


Image sur un écran de télévision

1 LE PRODUIT VECTORIEL

1.1 Définition

Soient $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$, deux vecteurs. On appelle produit vectoriel de $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$, on note $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ (on lit $\vec{V}_1$ vectoriel $\vec{V}_2$) (fig. 1 et 2), le vecteur $\vec{V}$ tel que $\vec{V} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$.

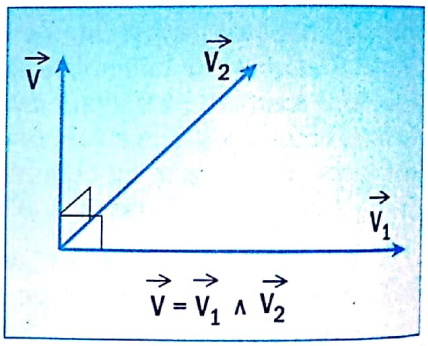


Fig. 1. *Le produit vectoriel de deux vecteurs*

$\vec{V}$ est perpendiculaire à $\vec{V}_1$ et à $\vec{V}_2$, donc au plan formé par $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$.
– son sens est tel que le trièdre formé par $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ et $\vec{V}$ est direct,
– sa valeur est $V = V_1 V_2 \sin(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$.

Remarque

Le trièdre direct se détermine par la règle de l'observateur d'Ampère : l'observateur, placé sur $\vec{V}_1$ ($\vec{V}_1$ entrant par les pieds, sortant par la tête), regarde fuir devant lui le vecteur $\vec{V}_2$ et a le vecteur $\vec{V}$ orienté vers sa gauche.

1.2 Quelques propriétés

Si $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ sont perpendiculaires, $V = V_1 V_2$.

Si $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ sont parallèles, ou colinéaires, de même sens ou de sens contraire, $(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = 0$ ou π et $V = 0$.

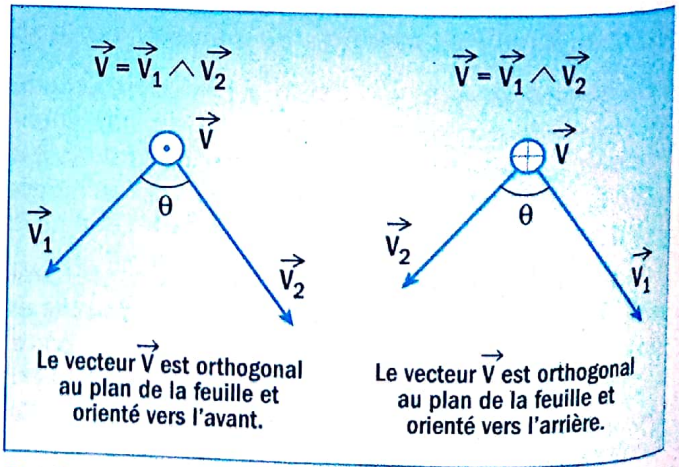


Fig. 2. *Convention de représentation des vecteurs*

Scanné avec CamScanner

2 LA FORCE DE LORENTZ

En classe de seconde, vous avez appris qu'un aimant déviait un faisceau d'électrons. Nous allons préciser la nature de cette interaction et donner l'expression de la force qui en est responsable.

2.1 Dispositif expérimental

La figure 3 présente l'appareil utilisé. Il comprend :
– une ampoule sphérique contenant un gaz raréfié susceptible de devenir luminescent sur la trajectoire des électrons. Cette ampoule est munie d'un canon à électrons. En faisant tourner l'ampoule, on peut modifier l'orientation de la vitesse $\vec{v_0}$ des électrons sortant du canon,
– deux bobines de Helmholtz qui créent un **champ magnétique uniforme** horizontal dans l'espace où évoluent les particules. Le champ créé est proportionnel à l'intensité du courant dans les bobines,
– *un générateur de tension continue réglable (0 – 700 V) permettant d'accélérer le faisceau d'électrons.*

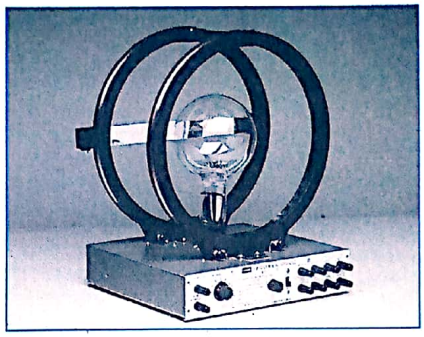


Fig. 3. *Tube à déflexion*

2.2 Expérience

En l'absence de champ magnétique, les électrons émis par le canon ont une trajectoire rectiligne, dont la direction est celle de $\vec{v_0}$. Lorsque $\vec{B} \neq \vec{0}$, les électrons sont déviés. Cette déviation change de sens lorsqu'on inverse le sens de $\vec{B}$. Les électrons se déplaçant dans un champ magnétique $\vec{B}$, avec une vitesse $\vec{v}$, sont soumis à une force $\vec{f}$ dont le sens dépend du sens de $\vec{B}$ (fig. 4).

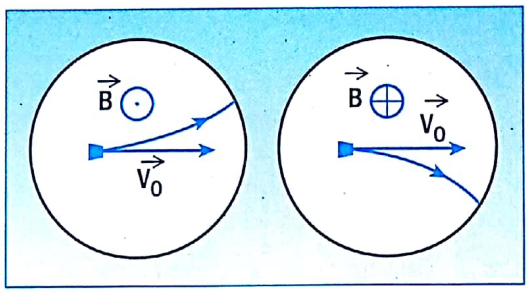


Fig. 4. *Le sens de la force magnétique dépend du sens du champ magnétique*

Faisons tourner l'ampoule pour modifier l'angle entre la vitesse initiale $\vec{v_0}$ des électrons et le champ magnétique $\vec{B}$. La trajectoire des électrons prend la forme d'une hélice. Nous limiterons notre étude au cas où $\vec{v_0} \perp \vec{B}$, la trajectoire est alors circulaire.

2.3 Expression de la force de Lorentz

Nous admettrons l'énoncé suivant :
La force magnétique subie par une particule de charge q, se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$, dans un champ magnétique $\vec{B}$, est : $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$. On l'appelle aussi force de Lorentz.

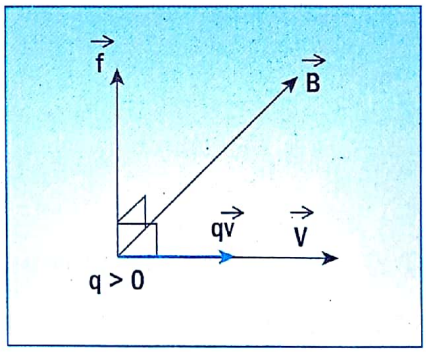


Fig. 5. *Force de Lorentz s'exerçant sur un proton*

2.4 Caractéristiques de la force $\vec{f}$

Ces caractéristiques sont :
– le point d'application : la particule supposée ponctuelle,
– la direction: perpendiculaire au plan formé par $\vec{v}$ et $\vec{B}$,
– le sens : le trièdre $q\vec{v}$, $\vec{B}$, $\vec{f}$ est direct (sens donné par l'observateur d'Ampère ou la règle des trois doigts de la main droite) (fig. 5, 6 et 7).
Attention, si $q < 0$, $q\vec{v}$ est de sens opposé à $\vec{v}$,

– la valeur : $f = |q| \, v \, B \, |\sin(\vec{V}, \vec{B})|$

q en **coulomb (C)**,
v en **m.s^{-1}**,
B en **tesla (T)**,
f en **newton (N)**.

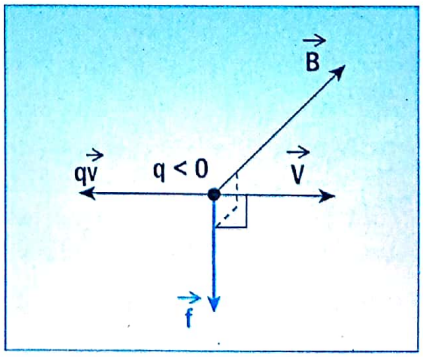


Fig. 6. *Force de Lorentz s'exerçant sur un électron*

Scanné avec CamScanner

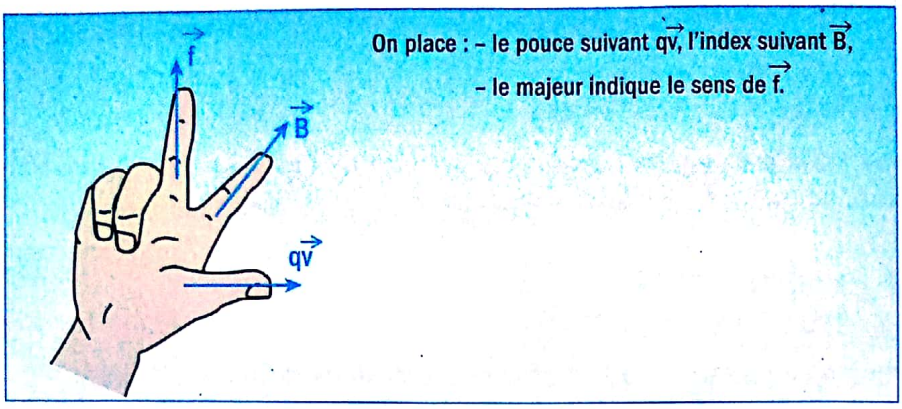


Fig. 7. *Règle des trois doigts de la main droite*

EXERCICES D'APPLICATION

Une particule de vitesse $v = 10^6$ m.s^{-1} se déplace perpendiculairement à un champ magnétique d'intensité B = 5 mT.

1 Calculer, dans chacun des cas suivants, la force de Lorentz subie par la particule.

1.1 La particule est un proton.

1.2 La particule est un neutron.

1.3 La particule est un électron.

2 Calculer le poids du proton ; le comparer à la force magnétique subie par le proton.

On donne $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; g = 10 N.kg^{-1} ; $m_p = 1{,}67.10^{-27}$ kg.

SOLUTION

1

1.1 L'intensité de la force de Lorentz est :

$f = |q|\ v\ B\ |\sin(\vec{v}, \vec{B})|$

$\sin(\vec{v}, \vec{B}) = 1$ car $\vec{v} \perp \vec{B}$; par ailleurs q = +e et |q| = e d'où f = e.v.B

AN : $f = 1{,}6.10^{-19} \times 10^6 \times 5.10^{-3} = 8.10^{-16}$

$f = 8.10^{-16}$N

1.2 La force de Lorentz est nulle car la charge électrique du neutron est nulle.

1.3 Dans le cas de l'électron q = – e. la force de Lorentz est sens inverse de celle du cas 1 mais elle a la même intensité que dans le cas précédent : f = e.v.B ; $f = 8.10^{-16}$N.

2 Poids du proton

$P = mg = 1{,}67.10^{-27} \times 10$

$P = 1{,}67.10^{-26}$N

$$\frac{f}{p} = \frac{8.10^{-16}}{1{,}67.10^{-26}} \simeq 48.10^9$$

La force de Lorentz est 48 milliards de fois supérieure au poids du proton. Le poids d'une particule élémentaire sera négligé devant la force magnétique.

2.5 Travail de la force de Lorentz

La puissance de la force de Lorentz s'exerçant sur une particule chargée, se déplaçant avec la vitesse $\vec{v}$, est $\mathcal{P} = \vec{f}.\vec{v}$. Or, le vecteur $\vec{f}$ est perpendiculaire, par définition, au vecteur $\vec{v}$, donc $\mathcal{P} = 0$. Par conséquent, le travail de la force magnétique est nul. Il en résulte que la variation de l'énergie cinétique d'une particule chargée, qui n'est soumise qu'à la force magnétique, est nulle d'après le théorème de l'énergie cinétique. Donc $\Delta E_c = 0$ et v = cte.

Dans un champ magnétique, le mouvement d'une particule chargée, soumise à la seule force de Lorentz, est uniforme.

3 TRAJECTOIRE D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE UNIFORME

Le champ magnétique $\vec{B}$ est uniforme, constant et orthogonal au vecteur $\vec{v}_o$ (vitesse de la particule en O). Les particules pénètrent dans le champ magnétique au point O, à l'instant t = 0 (fig. 8). On négligera le poids des particules.

On applique le théorème du centre d'inertie à une particule, $\vec{f} = m.\vec{a}$ soit $q.\vec{v} \wedge \vec{B} = m.\vec{a}$ ou $\vec{a} = \frac{q}{m}.\vec{v} \wedge \vec{B}$

Scanné avec CamScanner

3.1 La trajectoire est plane

Soit O_z, un axe colinéaire à $\vec{B}$ et le vecteur unitaire $\vec{k}$ (fig. 8).

$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$ entraîne que $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{B}$.

Par conséquent, la composante de $\vec{a}$ suivant O_z est nulle.

$a_z = \ddot{z} = 0$. Par intégrations successives, on a : $v_z = \dot{z} = v_{oz} = 0$ car v_{oz} est la coordonnée de $\vec{v}_o$ suivant o_z et $z = z_o = 0$ (la particule est en O à t = 0).

Le mouvement de la particule s'effectue dans le plan z = 0, plan perpendiculaire à $\vec{B}$, passant par O, contenant $\vec{v}_o$.

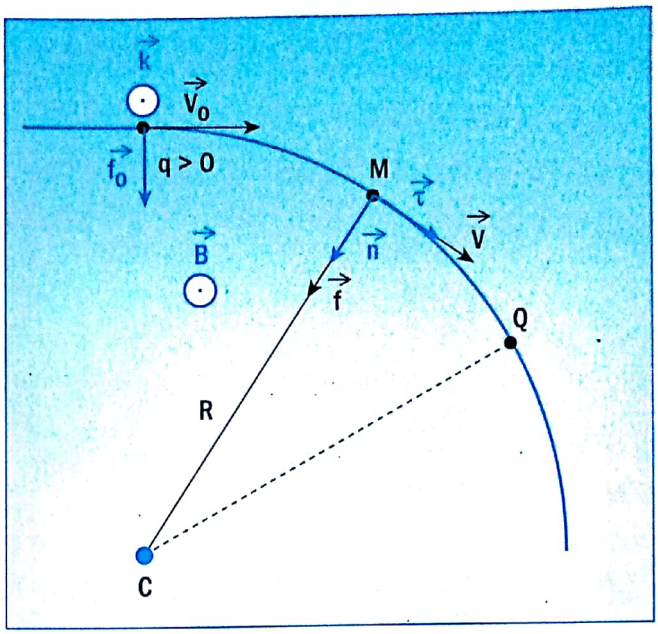


Fig. 8. *Trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme*

3.2 Le mouvement est circulaire

Dans la base de Frenet,

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n}$$

Or : v = cte (paragraphe 2.5)

Donc : $\frac{dv}{dt} = 0$

Et : $\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{n}$

$$\frac{v^2}{R} = \frac{|q|}{m}.v.B.\sin(\vec{V},\vec{B}) \text{ avec } (\vec{V},\vec{B}) = \frac{\pi}{2}$$

On obtient : $R = \frac{mv}{|q|B}$ le rayon de courbure de la trajectoire est constant. Le mouvement est circulaire.

Le mouvement d'une particule chargée, dans un champ magnétique uniforme ($\vec{V}_o \perp \vec{B}$) est plan, circulaire et uniforme.

Remarque

Le mouvement est circulaire uniforme, d'équation horaire s = vt. Pour 1 tour, s = 2 π R et t = T la période ; il vient $T = \frac{2\pi R}{v}$. *En remplaçant R par son expression, on a* $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$

La période du mouvement des particules dans un champ magnétique est indépendante de leur vitesse.

4 APPLICATIONS

4.1 Le spectrographe de masse

Le spectrographe de masse permet de séparer les isotopes d'un élément. Les particules chargées sortent en C de la chambre d'ionisation avec une vitesse pratiquement nulle. Elles sont accélérées par une différence de potentiel U et entrent dans le champ magnétique $\vec{B}$ en A (fig. 9).

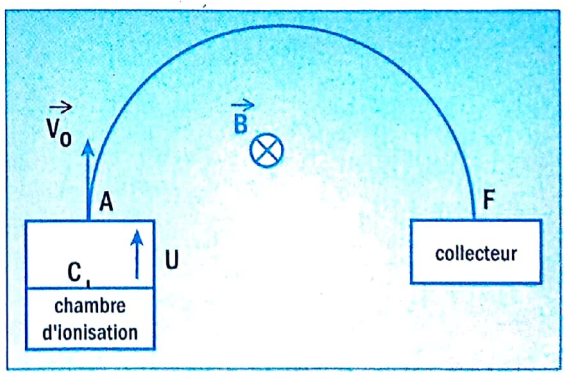


Fig. 9. *Spectromètre de masse*

Soit m_1 et m_2 les masses respectives de deux particules ayant la même charge électrique q (q < 0). Le référentiel terrestre est galiléen. Le système est la particule chargée. Elle est soumise à la force électrique $\vec{Fe}$ entre C et A.

Scanné avec CamScanner

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à la particule de masse m_1 et de vitesse v_1 en A. Entre C et A nous pouvons écrire :

$E_{CA} - E_{CC} = W\vec{Fe}\ (C \rightarrow A)$

$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = q\,(V_C - V_A)$ avec $q = -|q|$ et $(V_C - V_A) = U_{CA} = -U$

Donc : $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = |q|\,U$

$$v_1^2 = \frac{2\,|q|\,U}{m_1}$$

De même, pour la particule de masse m_2, de vitesse v_2 en A,

$$v_2^2 = \frac{2\,|q|\,U}{m_2}$$

D'où : $\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{m_2}{m_1}$ (1)

Le rayon de la trajectoire d'une particule de masse m_i, de vitesse v_i dans un champ magnétique $\vec{B}$ est :

$R_i = \frac{m_i v_i}{|q|\,B}$. Pour les deux types de particules, nous avons $R_1 = \frac{m_1 v_1}{|q|\,B}$ et $R_2 = \frac{m_2 v_2}{|q|\,B}$

Ce qui donne :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} \quad \text{ou encore} \quad \frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{m_1^2 v_1^2}{m_2^2 v_2^2} \text{ (2)}$$

En combinant les relations (1) et (2), nous obtenons :

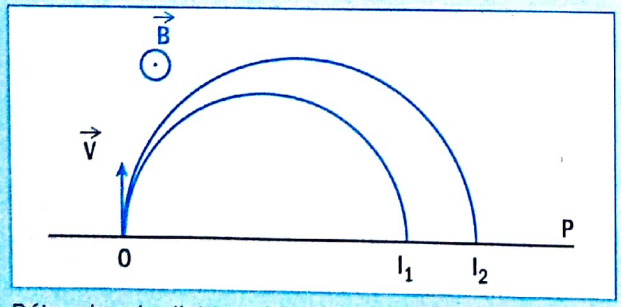
$$\frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{m_1}{m_2} \quad \text{ou} \quad \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

Si $m_1 < m_2$, alors $R_1 < R_2$.

La particule qui a la plus grande masse a la trajectoire de plus grand rayon.

EXERCICE D'APPLICATION

Des ions $^{20}_{10}Ne^{2+}$ et $^{22}_{10}Ne^{2+}$, de vitesse $v = 1{,}96.10^5\ m.s^{-1}$, pénètrent en O, dans un champ magnétique uniforme de valeur B = 0,2 T, perpendiculaire à $\vec{v}$.
Ils décrivent un demi-cercle et reviennent sur la paroi d'entrée (P) où leurs impacts sont repérés par une plaque photographique.



Déterminer la distance D séparant les deux points d'impact I_1 et I_2.
On donne : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C
Masse d'un ion $^{20}_{10}Ne^{2+}$: $m_1 = 3{,}34.10^{-26}$ kg
Masse d'un ion $^{22}_{10}Ne^{2+}$: $m_2 = 3{,}67.10^{-26}$ kg

SOLUTION

Les trajectoires des ions $^{20}_{10}Ne^{2+}$ et $^{22}_{10}Ne^{2+}$ ont respectivement pour rayon :

$R_1 = \frac{m_1 v}{2eB}$ et $R_2 = \frac{m_2 v}{2eB}$ car $q = 2e$.

La distance D séparant les points d'impact I_1 et I_2 est :

$D = O I_2 - O I_1 = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1)$

$D = 2\left(\frac{m_2 v}{2eB} - \frac{m_1 v}{2eB}\right)$

$D = \frac{v}{eB}(m_2 - m_1)$

Application numérique :

$D = \frac{1{,}96.10^5}{1{,}6.10^{-19} \times 0{,}2} \times (3{,}67.10^{-27} - 3{,}34.10^{-27})$

$D = 2{,}02.10^{-2}\ m = 2{,}02\ cm$

Scanné avec CamScanner

4.2 La déflexion magnétique

L'image, sur un écran de télévision, est formée par l'impact d'un faisceau d'électrons. Ce faisceau balaye l'écran de gauche à droite, de haut en bas. Il est dévié par des champs magnétiques créés par deux bobines déflectrices. Pour simplifier, nous allons considérer le champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et constant (fig. 10).

Considérons un électron pénétrant en O dans le champ magnétique avec la vitesse $\vec{v}_0$ perpendiculaire à $\vec{B}$. Dans la région où règne le champ magnétique, il décrit un arc de cercle OM. Après le point M, son mouvement est rectiligne et uniforme car il n'est plus soumis à aucune force. Sa trajectoire est la tangente en M à l'arc OM. Il arrive sur l'écran en P.

Évaluons la distance Y = O'P, appelée déflexion magnétique. Le dispositif est tel que : $\ell \ll L$ et $\ell \ll R$.

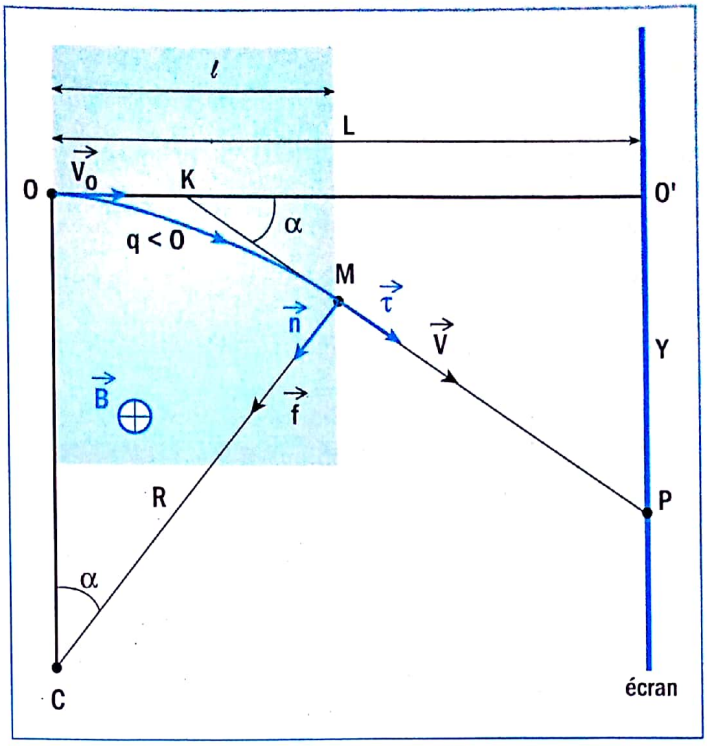


Fig. 10. La déflexion magnétique

On a : $R = \dfrac{mv_0}{eB}$

La déviation angulaire est $\alpha = \dfrac{OM}{R} \simeq \dfrac{\ell}{R}$ car ($\ell \ll R$).

En remplaçant R par son expression, on obtient $\alpha = \dfrac{eB\ell}{mv_0}$

Par ailleurs, $\tan \alpha = \dfrac{O'P}{O'K} \simeq \dfrac{Y}{L}$ car ($\ell \ll L$)

Comme α est petit ($\alpha < 10°$), $\tan \alpha \simeq \alpha$ d'où $\alpha = \dfrac{Y}{L}$

Soit : $Y = \alpha L = \left(\dfrac{eB\ell}{mv_0}\right) L$

$Y = \dfrac{e\ell L}{mv_0}.B$

La déflexion magnétique est proportionnelle à B, donc à l'intensité du courant dans les bobines.

4.3 Le cyclotron

Le cyclotron est un accélérateur de particules. Il utilise à la fois un champ électrique (accélérateur) et un champ magnétique $\vec{B}$ (déviateur). Le dispositif comporte deux demi-cylindres appelés « D », entre lesquels on établit un champ électrique alternatif (fig. 11). À l'intérieur des « D », existe un champ magnétique uniforme. Les particules ($q < 0$) sont accélérées à chaque passage entre les « D ». Pour cela, la fréquence N du champ électrique $\vec{E}$ est égale à celle du mouvement des particules. En négligeant le temps de leur passage entre les « D », les particules font un tour en :

$T = \dfrac{2\pi m}{|q|.B}$ soit $N = \dfrac{|q|.B}{2\pi m}$

Soit $U = V_{D1} - V_{D2}$, la différence de potentiel entre les « D ».

Après chaque tour, l'énergie cinétique des particules s'accroît de $\Delta E_c = 2\,|q.U|$.

Après n tours, $\Delta E_c = 2n\,|q.U|$.

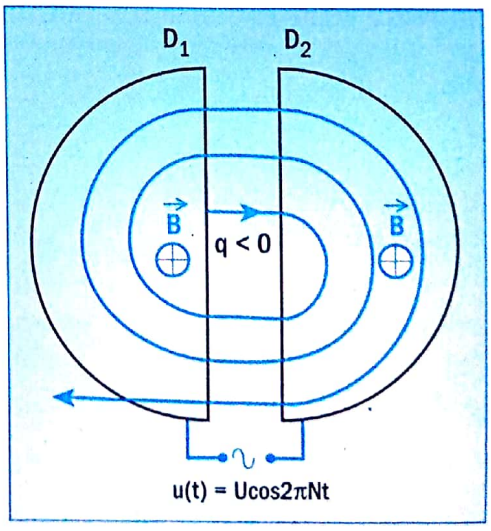


Fig. 11. Le cyclotron

Scanné avec CamScanner

L'essentiel

- Une particule, de charge q, se déplaçant avec la vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$, est soumise à la force de Lorentz d'expression $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.
- Caractéristiques de la force de Lorentz :
  – $\vec{f}$ est normale au plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{B}$,
  – son sens est tel que le trièdre $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{f})$ est direct,
  – son intensité est $f = |q|v.B.|\sin(\vec{v}, \vec{B})|$,
  – la force de Lorentz ne modifie pas la valeur de la vitesse d'une particule ($\mathcal{P} = \vec{f}.\vec{v} = 0$.). La particule a un mouvement uniforme.
- Dans le cas où la vitesse $\vec{v}$ est orthogonale au champ magnétique $\vec{B}$, la particule a une trajectoire circulaire de rayon

  $R = \frac{m\,v.}{|q|.B}$ La période de ce mouvement est $T = \frac{2\pi m}{|q|.B}$

EXERCICES

Vérifions nos connaissances

1 On considère une particule chargée se déplaçant dans un champ magnétique. Seule l'action du champ magnétique est considérée. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1.1 La trajectoire de la particule est toujours un cercle.

1.2 L'énergie cinétique de la particule est constante.

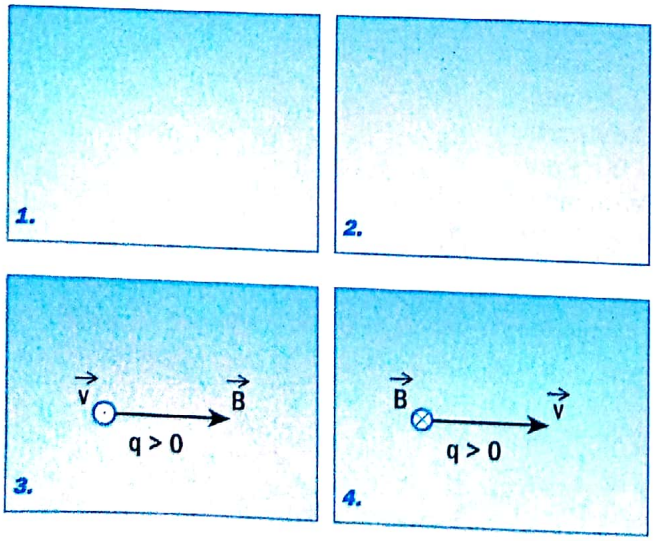
1.3 Le mouvement est plan si le vecteur vitesse initial est orthogonal au vecteur champ magnétique.

1.4 L'accélération est parallèle à la vitesse $\vec{v}$.

1.5 La puissance de la force magnétique est nulle.

2 Énoncer la règle des trois doigts de la main droite.

3 Représenter la force de Lorentz dans les cas suivants (les vecteurs sont soit dans le plan de la feuille soit normaux à celui-ci) :



4 La particule, dans le cas 4 de la question 3, est un noyau d'hélium de masse $m = 6{,}65.10^{-27}$ kg et de vitesse $v = 1000\ km.s^{-1}$. Calculer l'intensité de la force s'exerçant sur elle sachant que B = 0,5 T.

5 Un électron, animé d'une vitesse $v_0 = 2{,}0.10^7\ m.s^{-1}$, pénètre, à l'instant t = 0, dans un champ magnétique uniforme de valeur B = 0,2T. Déterminer la valeur de la force de Lorentz dans les cas suivants :

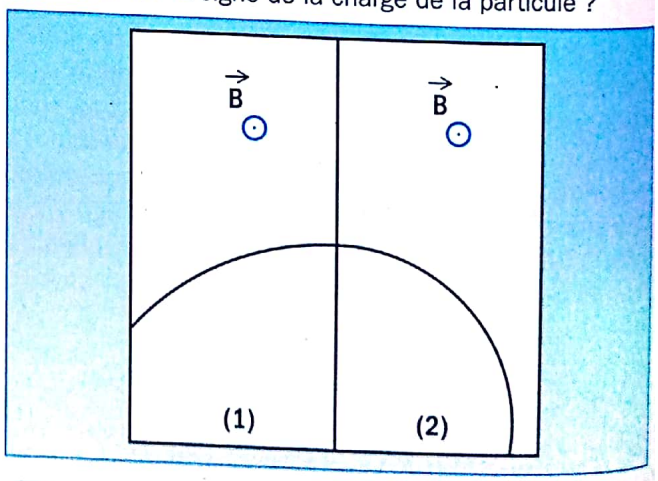
5.1 La vitesse $\vec{v_0}$ est parallèle au champ $\vec{B}$.

5.2 La vitesse $\vec{v_0}$ fait un angle de 45° avec le champ $\vec{B}$.

6 Une particule traverse deux régions notées 1 et 2, où existe un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. La particule est ralentie au passage entre les deux régions.

6.1 Dans quel sens se déplace la particule ?

6.2 Quel est le signe de la charge de la particule ?



7 Un faisceau homocinétique d'électrons décrit un arc de cercle de rayon R = 8,5 cm, dans un champ magnétique uniforme de valeur B = 1 mT.

Scanné avec CamScanner

7.1 Donner l'expression du rayon de leur trajectoire en fonction de m, v_0, e et B.

7.2 Calculer la valeur de la vitesse v_0 des électrons.

On donne : masse de l'électron $m = 9,1.10^{-31}$ kg
charge élémentaire $e = 1,6.10^{-19}$ C

Appliquons nos connaissances

8 On désire séparer des ions $^6Li^+$, de masse $m_1 = 10,04.10^{-27}$ kg, et des ions $^7Li^+$, de masse $m_2 = 11,71.10^{-27}$ kg. Ces ions arrivent en S avec une vitesse négligeable et sont accélérés par la différence de potentiel $U = V_S - V_O$.

8.1 Déterminer le signe de la différence de potentiel U.

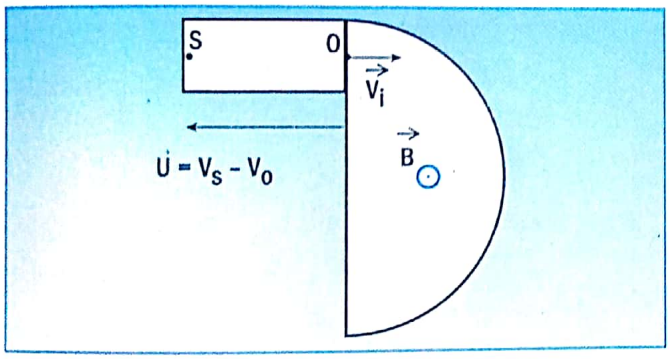
8.2 Établir l'expression de la vitesse v_1 d'un ion $^6Li^+$ et l'expression de la vitesse v_2 d'un ion $^7Li^+$ en O.

8.3 Calculer v_1 et v_2. On donne $e = 1,6.10^{-19}$ C et $|U| = 10^4$V. En O, les particules pénètrent dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Les vitesses des particules sont alors perpendiculaires à $\vec{B}$.

8.4 Donner l'expression des rayons R_1 et R_2 des trajectoires des deux types d'ions en fonction de m_1, m_2, U, e et B.

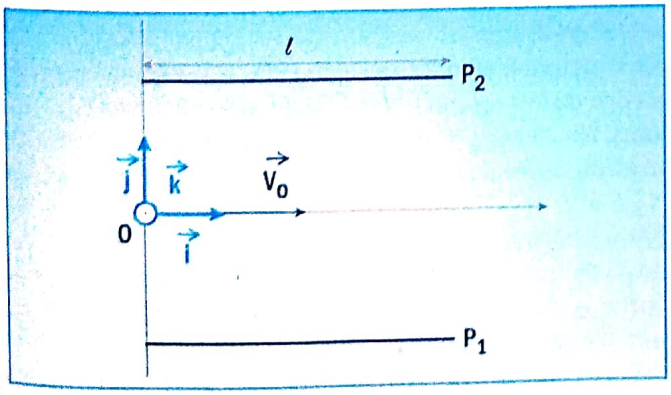
8.5 Calculer R_1 et R_2 sachant que B = 0,4 T.

8.6 Soient I_1 et I_2 les points d'impact des ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$. Calculer la distance $I_1 I_2$.



9 Un faisceau homocinétique de particules de charge positive q, de masse m, pénètre dans une chambre à vide par un petit trou O_1 avec la vitesse $\vec{v_0}$ (voir figure).

9.1 Dans une première expérience, on crée, dans la chambre, un champ électrique uniforme $\vec{E} = E.\vec{j}$.



a) Montrer que le mouvement de chaque particule s'effectue dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Représenter l'allure de la trajectoire d'une particule dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Établir l'équation de cette trajectoire.

b) Soit $\vec{v_1}$ la vitesse des particules à la sortie du champ $\vec{E}$. Déterminer les coordonnées de $\vec{v_1}$. En déduire l'expression de $\tan\alpha_1$ en fonction de q, m, v_0, E et ℓ (α_1 est la déviation angulaire subie par les particules).

c) Exprimer le quotient $\frac{q}{mv_0^2}$ en fonction de α_1, E et l (on fera l'approximation $\tan\alpha_1 \simeq \alpha_1$).

9.2 Dans une deuxième expérience, on crée, dans la chambre, un champ magnétique uniforme d'intensité B tel que $\vec{B} = B.\vec{k}$.

a) Dans quel plan s'effectue le mouvement des particules ?

b) Montrer que chaque particule décrit un arc de cercle $s = \overset{\frown}{OM}$ de rayon R selon un mouvement uniforme (M est le point de la trajectoire d'abscisse ℓ).

c) Représenter l'allure de la trajectoire d'une particule. La déviation angulaire α_2 est suffisamment petite pour que l'on puisse faire l'approximation $s \simeq \ell$ et, par suite,

$$R = \frac{\ell}{\alpha_2}$$

Exprimer alors le quotient $\frac{q}{mv_0}$ en fonction de α_2, B et ℓ.

d) Calculer v_0 puis le rapport $\frac{q}{m}$ d'une particule.

Données : $E = 10^4$V ; $B = 1,5.10^{-2}$ T ; $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,096$ rad ; $\ell = 0,20$ m.

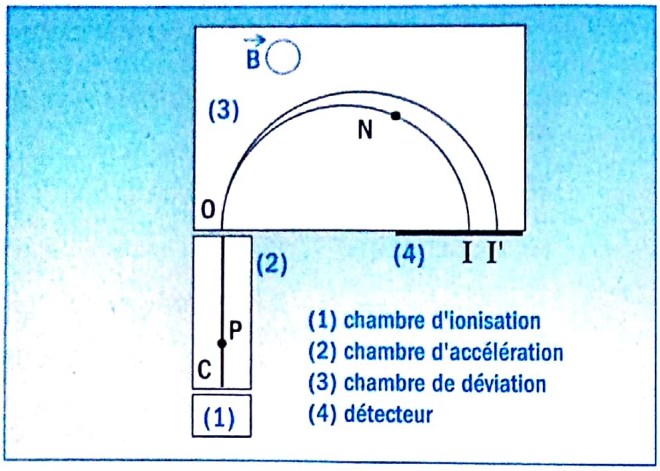
10 Le potassium naturel est un mélange de deux isotopes ^{39}K et ^AK. L'isotope ^{39}K est le plus abondant. On se propose de déterminer le nombre de nucléons A du deuxième isotope ainsi que le pourcentage de chacun des isotopes dans le potassium naturel. On utilise pour cela un spectromètre de masse.

Un échantillon de potassium est vaporisé puis ionisé. Les ions $^{39}K^+$ et $^AK^+$ ainsi produits sont accélérés sous vide entre C et O par un champ électrique $\vec{E}$. Ils entrent ensuite dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ (voir figure page 80). Un écran luminescent permet de repérer l'impact des ions.

On assimilera la masse d'un ion à la somme des masses des nucléons de son noyau. On admettra que le proton et le neutron ont la même masse. Ainsi, les masses des ions ^{39}K et ^AK seront respectivement m = 39u et m' = Au où $u = 1,67.10^{-27}$ kg.

On donne la charge élémentaire $e = 1,6.10^{-19}$ C. Le poids des ions est négligeable par rapport aux autres forces.

Scanné avec CamScanner



10.1 Dans la chambre d'accélération 2 règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$. Les ions pénètrent en C avec une vitesse pratiquement nulle et ressortent en O avec une vitesse colinéaire à $\vec{CO}$.

a) Représenter qualitativement (direction et sens) la force électrique $\vec{f_e}$ exercée sur un ion se trouvant en P. En déduire la direction et le sens du champ électrique $\vec{E}$ ainsi que le signe de la tension : $U = U_{CO} = V_C - V_O$.

b) Justifier les réponses sans calcul numérique.

– Les deux types d'ions sont-ils soumis à la même force électrique ?

– Les deux types d'ions subissent-ils la même accélération ?

– Les deux types d'ions ont-ils la même énergie cinétique à leur passage en O ?

– Les deux types d'ions ont-ils la même vitesse à leur passage en O ?

c) Établir l'expression de la vitesse v des ions $^{39}K^+$ à leur passage en O, en fonction de e, U et u. En déduire, sans nouveau calcul, l'expression de la vitesse v' des ions $^{A}K^+$ à leur passage en O en fonction de e, U, A et u.

10.2 Les ions issus de O pénètrent dans la chambre (3) où ils décrivent des trajectoires circulaires.

a) En un point N de l'une des trajectoires, représenter le vecteur vitesse d'un ion ainsi que la force magnétique $\vec{f_{em}}$ exercée sur cet ion. En déduire le sens du vecteur B (compléter la figure).

b) Montrer que les ions sont animés d'un mouvement uniforme. Représenter le vecteur accélération au point N.

c) Montrer que la trajectoire des ions $^{39}K^+$ a un rayon

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{78uU}{e}}$$

En déduire (sans nouveau calcul) l'expression du rayon R' de la trajectoire des ions $^{A}K^+$.

d) Calculer numériquement la distance D entre O et le point d'impact sur l'écran luminescent des ions $^{39}K^+$, dans le cas où $U = 1{,}00.10^3$ V et $B = 1{,}00.10^{-1}$ T.

10.3 Sur l'écran luminescent, on observe deux taches I et I'. La tache I correspond à l'isotope $^{39}K^+$.

a) L'isotope $^{A}K^+$ est-il « plus lourd » ou « plus léger » que l'isotope $^{39}K^+$? Justifier.

b) Exprimer IO et I'O en fonction des rayons des trajectoires et montrer que :

$$\frac{I'O}{IO} = \sqrt{\frac{A}{39}}$$

c) On ajuste les valeurs de U et de B de telle sorte que IO = 60,0 cm. On mesure ensuite la distance I'I entre les deux taches. On trouve I'I = 1,5 cm. En déduire la valeur de A.

d) En I et I', on place des « compteurs » de particules. Pendant la même durée, on a pu dénombrer n = 2216 impacts au point I et n' = 163 impacts au point I'. Déduire de cette mesure la composition isotopique du potassium naturel (pourcentage de chacun des isotopes).

11 Dans la partie 1 du dispositif, des atomes de lithium sont ionisés en ions Li^+. Ils pénètrent, avec une vitesse considérée comme négligeable, par l'orifice O' dans une chambre 2 où la tension U_0 établie entre A (anode) et C (cathode) les accélère. Ils ressortent par l'orifice O et pénètrent alors dans une autre enceinte 3 où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$ (figure 1). Les ions Lithium sont constitués des isotopes $^{6}Li^+$ et $^{7}Li^+$ de masses respectives m_1 et m_2.

1.

11.1 Exprimer les vitesses V_1 et V_2 des ions respectifs $^{6}Li^+$ et $^{7}Li^+$ en O.

11.2 Déterminer, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ l'équation cartésienne de la trajectoire des ions dans la chambre 3.

11.3 Soit S le point de sortie d'un ion dans la chambre 3.

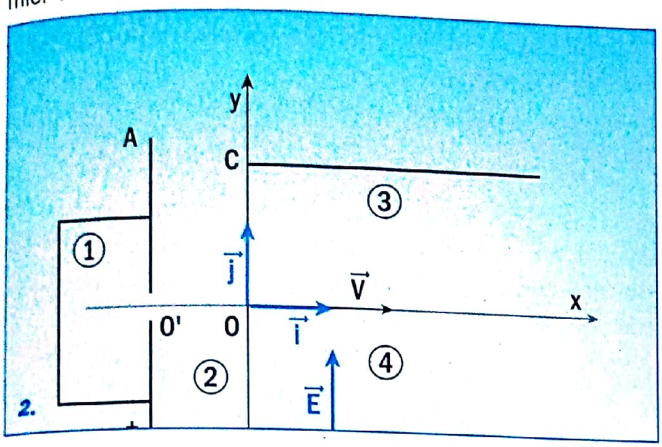
a) Montrer que l'ordonnée Y_S peut s'exprimer en fonction de U_0, E et ℓ.

b) Ce dispositif permet-il de séparer ces isotopes ?

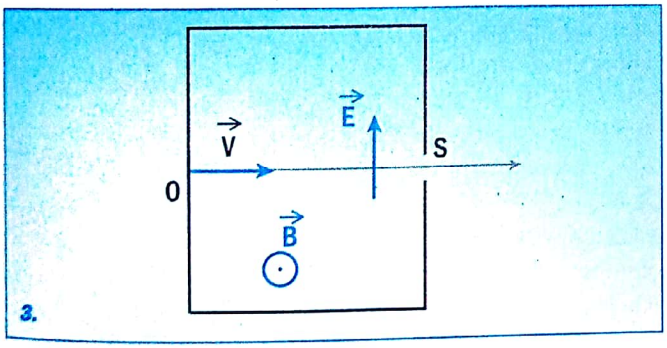
11.4 On supprime le champ électrique $\vec{E}$ dans la chambre 3 et on y établit un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme, perpendiculaire à $\vec{V}$ (vitesse au point O calculée en 1, comme l'indique la seconde figure).

Scanné avec CamScanner

a) Montrer que, dans le champ magnétique $\vec{B}$, chacun des ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ est animé d'un mouvement circulaire uniforme dont on déterminera le rayon en fonction de B, e, U_0, m.
b) Quel est l'avantage de ce dispositif par rapport au premier ?

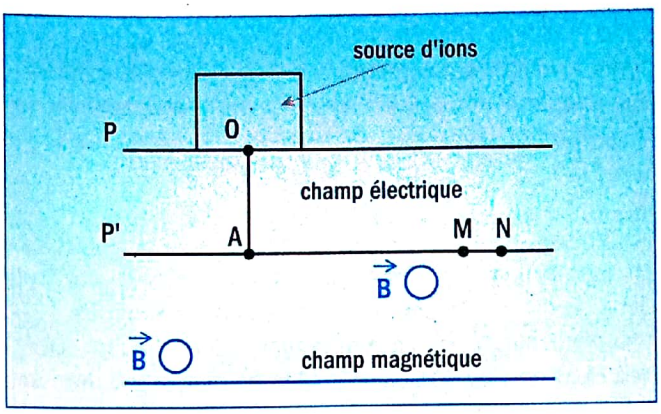


11.5 Filtre de vitesse.
Il règne maintenant dans la chambre, simultanément, le champ $\vec{E}$ et le champ $\vec{B}$ précédents (figure 3). Les ions Li^+ pénètrent en O avec les vitesses $\vec{V}_1$ ou $\vec{V}_2$, de même direction OS.
a) Représenter les forces agissant sur un ion Li^+. Donner leur expression littérale.
b) Les ions $^6Li^+$, entrant en O, n'ont subi aucune déviation. On peut les recueillir en S. En déduire une relation entre E, B et V_1.
c) Comment doit-on modifier la valeur de B, sans changer celle de E, pour recueillir en S les ions $^7Li^+$? Comment doit-on modifier la valeur de la tension qui crée le champ $\vec{E}$, sans changer la valeur de B, pour recueillir les ions $^7Li^+$ en S ?



12 L'uranium naturel contient essentiellement deux isotopes : l'uranium 235 et l'uranium 238. Pour réaliser leur séparation :
– les atomes sont ionisés en U^+ (perte d'un électron) dans une source d'ions d'où ils sortent avec une vitesse négligeable,
– les ions sont ensuite accélérés entre deux plaques P et P' entre lesquelles on maintient une tension $U_0 = (V_p - V_{p'})$,
– enfin, ils sont déviés dans un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$, orthogonal au vecteur vitesse $\vec{v}_A$ des particules, à la sortie du champ électrique (voir figure).

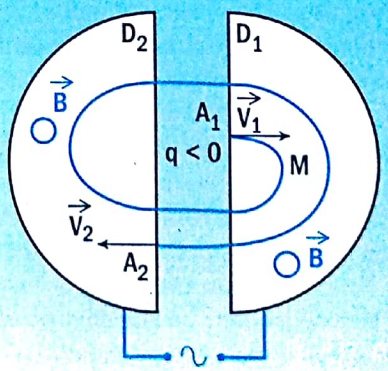
On donne : $|U_0| = 8{,}0.10^3$ V ; B = 0,20 T ; $e = 1{,}60.10^{-19}$ C ; m_1 (ion uranium 235) = $3{,}90.10^{-25}$ kg ; m_2 (ion uranium 238) = $3{,}95.10^{-25}$ kg.



12.1 a) Représenter, sur un schéma, le champ électrique accélérateur $\vec{E}$.
b) Quel est le signe de la tension U_0 ?
12.2 Calculer les vitesses v_1 et v_2 acquises par les ions uranium 235 et uranium 238 au point A.
12.3 Préciser le sens de $\vec{B}$ pour que les ions puissent parvenir en M et N.
12.4 Déterminer la nature du mouvement des particules dans le champ magnétique (on admettra que la trajectoire est plane).
12.5 Calculer la distance MN séparant les impacts en M et N des deux types d'ions.

13 En 1929, Lawrence conçut l'idée du cyclotron, premier accélérateur circulaire de particules. L'appareil comporte un gros électro aimant, source de champ magnétique uniforme, une chambre à vide en forme de disque, placée entre les deux pôles de l'aimant et contenant deux électrodes demi-cylindriques en forme de D, les « Dee », placées dos à dos dans la chambre. Ces « Dee », placés dans un champ magnétique uniforme et constant, perpendiculaire au plan de la figure, sont reliés à un oscillateur haute fréquence.

« Dee » : moitié d'une boîte cylindrique plate coupée suivant un plan diamétral.
Remarque : en réalité, l'écartement entre les deux « Dee » est très faible.



vue de dessus

Scanné avec CamScanner

Une particule, de charge q et de masse m, qui entre en A1 avec une vitesse $\vec{V_1}$ dans le « Dee » D_1, décrit un demi-cercle de rayon $R_1 = \frac{mv_1}{|q|B}$ pendant la durée $t_1 = \frac{\pi R_1}{v_1}$.

Dans l'espace inter-électrodes, la particule soumise à un champ électrique tangentiel à la trajectoire est accélérée, elle aborde le deuxième « Dee » D_2 en A_2 avec une vitesse $\vec{v_2}$ et décrit un demi-cercle de rayon $R_2 > R_1$ pendant la durée $t_2 = \frac{\pi R_2}{v_2}$

La tension sinusoïdale appliquée entre les électrodes change de signe après chaque demi-tour de la particule dans un « Dee ». La période de cette tension étant $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$, une particule décrit successivement dans chaque « Dee » des demi-cercles de rayon de plus en plus grand avec une vitesse dont la valeur est de plus en plus grande et, donc, avec une énergie de plus en plus grande.

Les particules chargées parviennent à l'extrémité de l'enceinte de rayon R, avec une énergie :

$E_{max} = \frac{q^2B^2R^2_{max}}{2m}$ et sont dirigées contre une cible.

Le premier cyclotron construit en 1931 avait un diamètre de 13 cm et pouvait fournir des protons ayant une énergie jusqu'au 80 keV. Les cyclotrons permettent actuellement d'obtenir des énergies de quelques dizaines de MeV pour des protons.

Données :
Charge élémentaire $e = 1{,}6.10^{-19}$ C
Masse d'un proton $m = 1{,}67.10^{-27}$ kg
Le poids d'une particule chargée est négligeable par rapport à la force électrique ou à la force magnétique qu'elle subit.

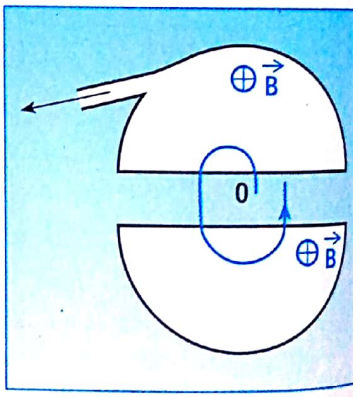
13.1 Action du champ magnétique sur le mouvement des particules

a) Quel est le rôle du champ magnétique $\vec{B}$ uniforme existant ?
b) Donner l'expression de la force subie par une particule chargée en mouvement dans un champ magnétique. Pourquoi l'action d'un champ magnétique ne peut-elle pas faire varier l'énergie cinétique d'une particule chargée ?
c) La figure du texte fait apparaître un point M. Représenter sur le schéma, au point M, le vecteur vitesse $\vec{v}$ et la force magnétique $\vec{f}$ exercée sur une particule chargée. En considérant que les particules chargées sont des protons H^+, préciser le sens du champ magnétique.
d) Préciser les caractéristiques du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme, perpendiculaire à sa vitesse initiale. En utilisant la relation fondamentale de la dynamique, établir l'expression du rayon de courbure de la trajectoire.
e) Montrer que la durée de parcours, dans chaque « Dee », est indépendante du rayon de courbure de la trajectoire.

13.2 L'accélération s'effectue à chaque passage entre les deux « Dee ».
a) Quelle est la cause de l'augmentation de la valeur de la vitesse d'une particule chargée dans un accélérateur comme le cyclotron ?
b) Pourquoi la période de la tension doit-elle être telle que $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$?
c) Soit $U = |V_1 - V_2|$ la valeur absolue de la tension entre les deux « Dee » au moment d'une traversée. Exprimer la variation de l'énergie cinétique d'un proton H^+ lors d'une traversée puis après un tour dans le cyclotron.

13.3 Énergie maximale :
a) Établir l'expression $E_{max} = \frac{q^2B^2R^2_{max}}{2m}$
b) Calculer la valeur de $\vec{B}$ dans le premier cyclotron construit.
c) Quels sont les facteurs qui limitent la valeur maximale de l'énergie obtenue pour des particules chargées données ?

14 La figure ci-dessous représente un cyclotron. Les « Dee » sont placés horizontalement dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de valeur B = 1,5 T. Des protons sont accélérés à chaque passage entre les « Dees », par un champ électrique alternatif. Ils décrivent, à l'intérieur des « Dee », des demi-cercles à vitesse de valeur constante.



14.1 Établir l'expression du rayon d'un demi-cercle en fonction de B, v, m et q. Quelle est la durée t du parcours d'un demi-cercle ?
14.2 Calculer la fréquence du champ électrique alternatif entre les « Dees ».
14.3 Le rayon des « Dees » est R = 0,7 m. Déterminer, en eV, l'énergie cinétique maximale E_{max} que peut acquérir un proton à sa sortie du cyclotron.
14.4 Déterminer la tension constante U avec laquelle il aurait fallu accélérer le proton pour acquérir la même énergie cinétique E_{max}.

On donne :
Masse du proton $m = 1{,}67.10^{-27}$ kg
Charge du proton $q = 1{,}6.10^{-19}$ C

Scanné avec CamScanner

Document

LA SPECTROMÉTRIE DE MASSE AVEC UN ACCÉLÉRATEUR

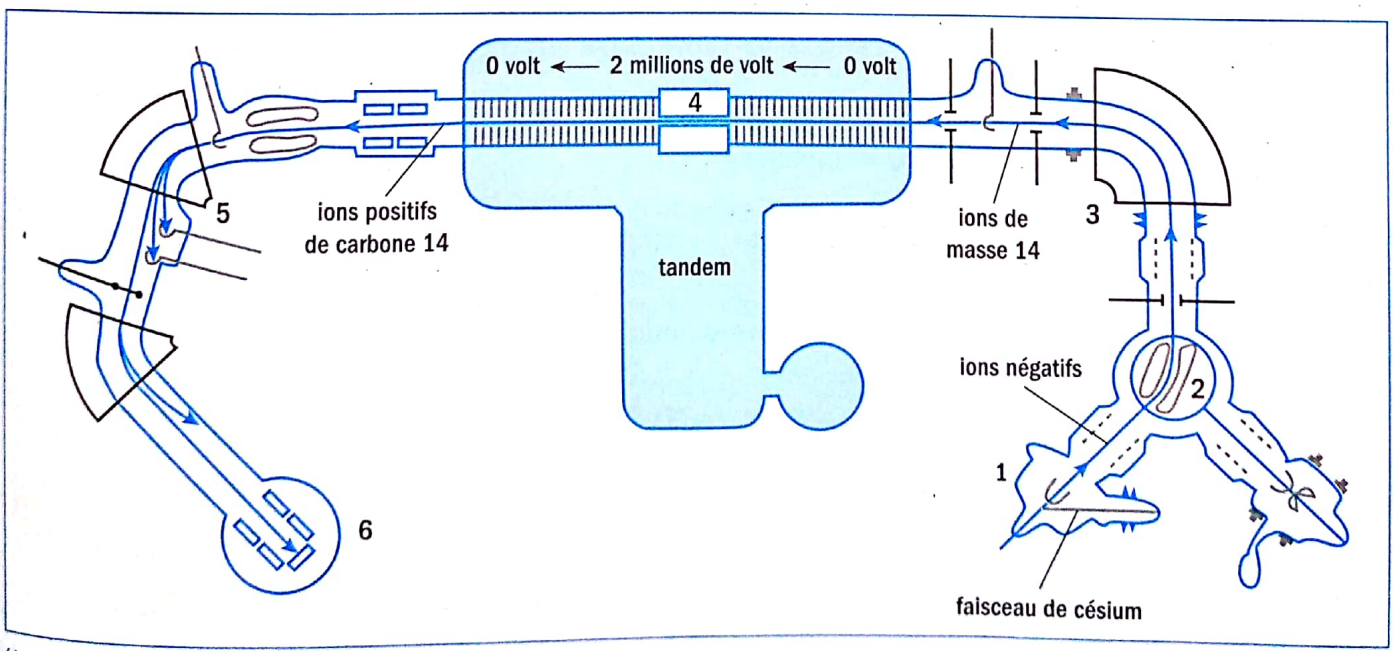
La radioactivité naturelle du carbone 14 est si faible qu'on doit traiter au moins un gramme de carbone pour compter, en quelques jours, un nombre significatif de désintégrations. À Gif-sur-Yvette, à l'aide de l'accélérateur du CNRS et du CEA, le *Tandétron*, on mesure, en une heure seulement, le rapport carbone 14/carbone 12 d'échantillons contenant seulement un milligramme de carbone.

Le *Tandétron* mesure non pas la radioactivité du carbone 14, mais son abondance relative par rapport au carbone 12 : il distingue les deux éléments en exploitant leur différence de masses. On ne peut pas utiliser un spectromètre de masse classique car les ions parasites de masse comparable à celle du carbone 14 (^{14}N, ^{13}CH, $^{12}CH_2$) sont cent millions de fois plus nombreux que les ions carbone 14 à mesurer. Le meilleur moyen d'obtenir une mesure représentative de cet isotope peu abondant est d'utiliser un spectromètre de masse couplé à un accélérateur de particules, qui sélectionne les ions recherchés.

Pour dater un échantillon, on commence par le transformer en graphite, forme cristalline du carbone. Puis on le place dans une source ① où il est bombardé par un faisceau de césium ; celui-ci éjecte des ions négatifs de l'échantillon. Les plus nombreux d'entre eux, les ions azote ($^{14}N^-$), sont éliminés d'emblée car ils sont très instables et disparaissent sitôt créés. Le faisceau d'ions restants est accéléré par une plaque portée à une tension positive ②, puis il traverse un aimant ③ : le champ magnétique courbe la trajectoire des ions selon un rayon qui dépend de leur masse ; on sélectionne alors les ions de masse 14. Ces ions entrent dans un accélérateur *Tandem*, un appareil qui produit un champ électrique symétrique : la tension électrique croît le long du parcours des ions jusqu'au centre de l'appareil, où elle vaut deux millions de volts ; puis la tension décroît jusqu'à zéro.

Dans la première partie du *Tandem*, les ions négatifs sont donc accélérés. Lorsqu'ils arrivent dans la partie centrale, ils entrent en collision avec un nuage d'argon présent sous très faible pression. Là, les ions parasites ^{13}CH et $^{12}CH_2$ sont cassés et donnent des ions carbone 13, carbone 12 et hydrogène, tandis que les ions carbone 14 perdent plusieurs électrons et deviennent positifs. Ces ions positifs sont alors accélérés dans la seconde partie du *Tandem* où la tension décroît. À la sortie de la machine, on sépare les divers ions en fonction de leur masse ⑤ et on compte les ions carbone 14 à mesure qu'ils arrivent ⑥.

Alors que les spectromètres de masse classiques ne permettent guère de mesurer des rapports isotopiques inférieurs à 10^{-9}, l'emploi de l'accélérateur repousse cette limite à des valeurs voisines de 10^{-15}. On accède alors à la teneur en carbone 14 d'échantillons fossiles aussi vieux que 45 000 ans.



L'accélérateur « Tandétron » de Gif-sur-Yvette.

(D'après de Carlo Laj, Alain Mazaud et Jean-Claude Duplessy, *Pour la science*, dossier hors-série, octobre 1996.)

Scanné avec CamScanner